

作品評語

江謝宏任副教授
國立中正大學數學系

數論中著名的四平方和定理告訴我們，每一個正整數均可表示為四個整數的平方和，亦即 4 個四邊形數之和。將這個定理推廣到極致，可以得到所謂的費馬多邊形數定理，即每一個正整數皆可以表示為不超過 n 個 n 邊形數的和。

本論文以費馬多邊形數定理為基礎，進一步探討下列兩個更一般的問題：

- (1) 在給定一般的泛費馬二次式數列的條件下，是否存在一個正整數 N ，使得對於任意非負整數 x ，均可表成此數列中 N 項之和。
- (2) 在給定一般的泛費馬二次式數列的條件下，是否存在一個正整數 M ，使得對於任意夠大的正整數 y ，均可表成此數列中 M 項之和。

作者運用了巧妙的計算與數論上的技巧，證明了形如 $\frac{a}{2}n^2 + \frac{b}{2}n + 1$ 的泛費馬二次式數列，上述問題 (1) 與問題 (2) 中的正整數 N 與正整數 M 均存在，並將其最小值分別定義為此泛費馬二次式數列的指標值 γ 與亞指標值 Γ 。關於指標值 γ 與亞指標值 Γ 的估算，作者也在文章中給了一個方法來討論某些系列的泛費馬二次式數列其指標值 γ 與亞指標值 Γ 的上下界。整篇文章討論的方式相當嚴謹，並且很清楚的交代了計算的動機與想法，是個很好的作品。