

1. 設 a, b, c 皆為正數, D 為平面 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ 與三座標平面所圍成之四面體, 試求 D 之形心 (centroid) 座標。(12%)
2. 設 D 為單位球 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.
- (i) 試求三重積分 $\iiint_D |z|^3 dV$ 之值。(8%)
- (ii) 試求三重積分 $\iiint_D |x + y + z|^3 dV$ 之值。(6%)
3. 設 R 為以 $(1, 0)$, $(5, -4)$ 及 $(5, 0)$ 為頂點的三角形區域, 試求二重積分 $\iint_R \frac{x-y}{x+y} dx dy$ 之值。(12%)
4. 設 C 為 $x^2 + z^2 = 1$ 與 $y = x^2$ 兩柱面之交線, 試求線積分 $\int_C \sqrt{1 + 4x^2 z^2} ds$ 之值。(12%)
5. 設 $\vec{F}(x, y) = -\frac{y}{x^2 + y^2 - 2x + 1} \vec{i} + \frac{x-1}{x^2 + y^2 - 2x + 1} \vec{j}$, C_1 表曲線 $\vec{\gamma}_1(t) = 2 \cos^3 t \vec{i} + \sin t \vec{j}$, C_2 表曲線 $\vec{\gamma}_2(t) = \frac{1}{2} \cos^3 t \vec{i} + \sin t \vec{j}$, $0 \leq t \leq 2\pi$, 試求
- (i) \vec{F} 之旋度 $\vec{\nabla} \times \vec{F}$ 。(4%)
- (ii) $\int_{C_1} \vec{F} \cdot \vec{T} ds$ 與 $\int_{C_2} \vec{F} \cdot \vec{T} ds$ 之值。(10%)
6. 設 S 表曲面 $y = x^2$, $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq z \leq 3$, 試求面積分 $\iint_S x d\sigma$ 之值。(12%)
7. 設 $\vec{F}(x, y, z) = 3y \vec{i} - xz \vec{j} + yz^2 \vec{k}$, S 表曲面 $2z = x^2 + y^2$, $z \leq 2$, 試求面積分 $\iint_S \vec{\nabla} \times \vec{F} \cdot \vec{n} d\sigma$ 之值, 其中 \vec{n} 向下。(12%)
8. 設 $\vec{F}(x, y, z) = x^3 \vec{i} + 3yz^2 \vec{j} + (3y^2z + x^2) \vec{k}$, S 為球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, 試求面積分 $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} d\sigma$ 之值, 其中 \vec{n} 向外。(12%)