

許綺云(以下簡稱「許」): 我想問一下教授, 高微優和代導優的課程是怎麼開始的? 就是一開始是誰提出這個想法, 或是為什麼要創造這個課程? 可以跟我們分享一下嗎?

王金龍老師(以下簡稱「王」): 幾年前曾經有一段時間, 數學系開始在想, 要不要 design 一個 honor program, 榮譽學程, 那為什麼要有榮譽學程?

數學系內學生的志向差異

主要是因為進到數學系的同學 variation 還滿大的, 最主要的 variation 不是在於學的東西的多寡, 而是有人是本來就要來念數學的, 但是有人是本來就不要念數學的, 這兩種人進到數學系事實上會有非常不一樣的學習狀態, 因為數學其實還滿難念的。一年級可能還好, 但二年級以後可能就會整個困在那裡, 很喜歡的人就會覺得學得很多, 不喜歡的人就會覺得很痛苦。

過去數學系教數學的標準

事實上我們現在教的東西是比以前少很多的, 應該要這樣講, 其實是少非常非常多的, 不是只是少很多而已。譬如說像代數, 我知道你們是用 Jacobson, 那本書是以前標準的教科書, 基本上就是只有那個教科書沒有別的。Jacobson 的 Basic Algebra 有 I 和 II, 通常 I 就是大學部、II 就是研究所, 這是以前的架構, 通常標準就是教完前四章, 速度跟你們現在差不多。這就是說大學部的代數一定會教完 Galois Theory, 有數學系以來就是這樣, 只會教得比較多不會教得比較少, 因為那是最基本的, 你想想看你高中的時候要學方程式, 聽過五次方程式沒有公式解這種事情, 如果你到大學還是不知道這件事情, 聽起來就很荒謬。

高中教育改變致基礎不足

問題是在現實的狀況裡, 越來越不能做到這樣, 因為學生的抽象能力越來越差。譬如說我們以前高中一年級就開始教邏輯、集合這些基本的東西, 花很多時間在這些東西上, 然後所有的人都要寫證明, 聯考根本就要考證明, 可是現在這些東西都沒有了。

現在即使是一個人他在高中把數學考得非常好、指考數學考一百, 進到數學系後, 他可能第一次考試就是零分。事實上這種事情很容易發生, 或者說根本就是常常在發生的, 我根本就知道有這種人。這並不是誰的問題, 環境改變了, 臺灣整個教育的方式就是改變了, 我們在中學以下的教育基本上越來越 relax, 尤

其是數學。其他的科目可能還好一些，但數學長久以來被大家 criticize 為什麼要學這麼難，這是當數學家才要的啊！現在數學教得越來越少，我不用講念數學系的，其實所有人都是這樣，平均而言多數人的數學都是比以前差的，說得簡單一點就是這樣。

數學系人才招收的困難

再加上臺灣很多數學很好的人，其實根本不會念數學系；即使他想念數學，也不知道為了什麼原因而不填數學系。當然這也是因為數學系自己的指考成績比較低，所以你看物理系就不會有這個問題，物理系它的成績維持在很前面，所以很多人就去填物理系。

要念基礎科學的人，常常第一個感覺就是我要填物理系，即使他根本不適合做物理。不少人其實根本就想要念數學，但他還是覺得應該去填物理系，因為物理系有點像是電機系這樣子。這是很莫名其妙的狀況，所以數學系裡面真正是以第一志願進來的比例其實是降低的，我的第一志願的意思，是說你是真的要念數學的，當然它沒有降得非常多，但是這個比例真的是不高，

榮譽學程的目的

那問題就來了，臺大數學系還是要培養數學家，這是我們最重要的責任啊！因為如果你不做這件事情的話，就不配做臺灣最好的數學系。可是你要怎麼做到這一點？你不可能把課程的難度降低，不但不能降低，還要去達到世界的水準。

所以後來才會開始想，我們是不是應該要有榮譽學程？其實榮譽學程也不是什麼，榮譽學程就是以前學的東西，就是不要比二十年前或三十年前學的東西少，然後在高年級的時候，加入一些比較現代的數學，因為你有純數跟應數的差別，所以假如在一二年級到三年級上學期，榮譽學程可以設計出來，可以維持一個比較好的架構的話，那在三年級下學期和四年級就可以安排比較多的方向。譬如說，你可能要做 pure math 或是 applied math 都可以啊！統計啊、金融啊！或者是應用數學其他的東西，或是純數學研究如你也知道的代數、幾何、分析等，就是說，你大概要知道榮譽學程的後半段是想要設計成，能 access 到比較現代的東西。

榮譽學程規劃時的問題

可是問題是，數學系討論這個榮譽學程時，發生很多的問題，大家的意見很分歧，所以在數學系的這些委員會裡面，經過了一兩年的討論，最後還是沒有辦法弄出一個榮譽學程。這個意見的分歧，也有很多複雜的理由啦，因為很多人覺得什麼是重要的數學？學生應該要學什麼？這件事情大家就很多不同的看法，尤其是在純數跟應數這個差距裡面最嚴重，這部分我就不多談了，我只是想說大概的背景是這樣。

榮譽學程折衷的結果---優優課程及大一課程的改變

當時榮譽學程雖然弄不出來，大家還是想說，這一步還是要走啊！所以，最簡單的一步，大家都沒有意見，都同意的部分，就是至少二年級的那兩科，我們把它弄成 honor course，回到以前的那個標準。當然做這件事情的同時，一年級的課也至少回復到以前的標準，因為你不可能一年級沒有回復到以前的標準，二年級卻回復到以前的標準，這是不可能。

然後，這就是你現在看到的狀況，你們 (B99) 是第一年，然後現在是第二年，你大概可以看到，我們派到一年級的老師，都應該是比較了解這個狀態，比較嚴格的老師。所以我們現在一年級的課程，對很多的學生來講，compare to 外系的必帶必修課，可能會覺得我們這些課，真的非常非常吃力，因為我們在一年級的要求確實是非常高的，譬如說我們的微積分絕對是臺大所有的科系裡面最難的，線代也一定是這個樣子。微積分跟線代其實都是所有的基礎，大部分理工科系都要修，對於數學系更是關鍵。這個目的是為了要接軌二年級的課。那目前我們的 design 就只有這樣子。

許：所以現在就只有高微優跟代導優，然後後面就沒有。

王：對，後面就沒了，我們目前是沒有規劃。

許：去年的高微優，是老師自己去爭取要教授這個課程嗎？就是為什麼會想要去教這個東西？

接高微優的始末

王：當然不是啊！因為沒有人要教所以我只好去教了 (笑)。沒有啦，其實故事是這個樣子，那時候我在課程委員會，就是在你們還沒進來的時候，你們還在高中的時候。那時候我在課程委員會，我們那時正在排課，當時數學系的微積分，因為已經決定要走這樣的 pattern，數學系的微積分當時其實是沒有人填的，那時候唯一填的，只有已退休楊維哲老師。你知道楊維哲老師長年以來很喜歡教數學系的微積分，或是物理系、醫學系的，其實他也是我的微積分老師，我念大

學的時候，我的微積分就是他教的。而他的方式，當然很多人不是很習慣，就是說，他上課講的其實是很粗略。

學習應有的態度

然後，主要是學生自己，其實須要自己下的功夫，他的課大概就是說，你知道進度大概是一個怎麼樣的進度，然後最大的方向大概是什麼，可是你細的東西還是要念，就是說你要靠自己讀，可是啊！On the other hand，念書本來就是這樣。你很習慣去依賴課堂上，老師一定要上得很好，一定要跟你講什麼，其實，天下哪有這種事情？

當然我們會覺得說，這樣的課上起來比較舒服，或是覺得比較有方向感，可是事實上，長久以後你就會知道，那個不是正確的，那個不是常態。因為就好像是你今天去聽一場演講，你去聽了可能覺得莫名其妙。去聽人家演講，他也不會針對你的 background 去跟你講任何東西。可是你為什麼覺得你在那個演講裡面，你就可以受益？你就可以吸收？就是靠你自己的，求學者自己的主觀意念去決定，這個人講的東西你要怎麼吸收它？或者你回去以後，你要去做什麼？

過去的一些情況

以前的大學生，在這種事情上的自我要求是比較高的。當然這或許是因為以前念大學的人是比較少的，我們以前那時候應該不到百分之三十，所以那個年代就是比較緊張一點，就是說覺得好像沒有把書念好，未來就是很不踏實的。其實我覺得以前的人，一般來講念得好不好倒是一回事，但是通常對自己的要求是比較高的，所以，以前楊維哲老師上我們班的時候，我們也沒有這麼多問題。我記得我們那一屆全班微積分，好像大部分都過了。

與現實的妥協

問題是，他的那個方式我雖然講說，這是念書的人自己的責任，but in reality 你現在是不能這樣，你現在這樣去做，學生就是不買你的帳。他就覺得你這樣做不好，覺得你不關心他，覺得不應該是這樣。我想這是現在整個社會，我們這個社會的發展就走到今天了。

所以當時他要上數學系的微積分有些人很緊張，想說這樣好嗎？他已經退休了，還要讓他去承擔這個東西嗎？可是大家又沒有人填，最後我就只好自己填了，我那時候是課程委員，正在規劃這個課程，我想，好吧，那我就自己去教。我覺得那還不錯啊！他也覺得好，所以後來就由我去教，當時大概是這樣。

Honor Course 所背負的壓力

所以後來微積分教完以後，那當然就是高微。高微要選填的時候有人填，高微優就沒有人填。我覺得，沒有人填大概主要的理由也是因為，第一，對教授來講這也是個壓力，你今天弄了一個這樣的課，似乎大家就會去看你教出來的效果是什麼？就是說，你畢竟背負著一個 *pressure*。一般我們去上課，就是反正我上該上的內容，你學生就是自己應該要有自己的責任。反正我也沒有教非常難，我教我該教的，然後你愛學不學的，那是你自己的責任。所以如果你教到一般的課，你可以持這個態度。但是你在教這個 *honor course*，當然會比較緊張一點，而許多人可能不太清楚這個的目標，到底是什麼，既然可以選擇，那為什麼要選擇這種壓力，所以當時是沒有人填的。

接下高微優

我那時候因為教你們教到下學期，對你們班的狀況我是很滿意的，在一年級，我事實上覺得很好，我自己當然知道我教的速度其實是還滿快的。當然大家也知道說，我課堂上講的，遠比我考的要來得難。老實說念書本來就是這樣，對於考試我比較傾向的態度，只是想要確定你是否有跟上，只是在幫你作一個整理。我並不是認為這個考試代表什麼，你考得很好跟考得不好，只是在反映你的準備，有沒有很充分而已，我也不是要去考你是不是很聰明，那根本就是跟念書沒有關係的。可是我課堂上其實教得是很難的，課堂上教的很多內容是稍微延伸的東西，如果大家真的有興趣的話，那一部分是可以走得比較遠的。我覺得一年級你們班的反應事實上是真的相當好，學習態度啊！各方面的配合啊！我相信大家花了很多時間，所以後來我就覺得說，欸！那我就繼續教。如果你們當時的學習狀況不是很好，我就不敢教了。

許：所以就這樣接下了高微優的工作。

王：對，就這樣接下了高微優。

課程的基本內容

許：在教之前，應該有大概想過要教到哪裡吧？那是打算就是跟以前一樣的進度，還是加入自己個人的想法、多教點內容？

王：都有，其實都有，第一個最基本的目標就是要達到以前該有的，那該有的是什麼？就是，你看我們那兩本課本，*Rudin* 跟 *Apostol*，這兩本是我們標準的教科書，不管你用哪一本。以前大概就是這兩本輪流用，那這兩本說老實話，

都還滿難的。Rudin 比較數學，他寫得比較薄，但是他裡面的論證方式是比較成熟，就是說，一個數學的感覺比較成熟的人，會喜歡的那種 presentation 的方法，他也比較簡潔，計算的東西就稍微少一點；那 Apostol 你看他就是寫得很清楚，囉哩叭嗦的，然後寫得很清楚這樣。可是這兩本書基本上內容是差不多一樣的，並沒有太大的差異，

設定課程內容的原因---與時代接軌

你看他們最後結尾的地方都是 Lebesgue 積分，換句話說，在以前的規劃裡面，Lebesgue 積分是高等微積分裡面必要的東西。可是現在其實不是這樣，現在，我看全臺灣到底有哪一個學校，哪一個系的高等微積分會教這種東西？他們大概都是在實分析裡面教，可是實分析現在是碩士班一年級的必修課，這就很麻煩，因為當你在大學裡面不知道 Lebesgue 積分的話，你對現代的很多東西是沒有辦法 access，即使是機率，即使是很應用的東西。你知道機率的基礎就是測度空間，就是實分析啊！所以如果你沒有實分析的基礎，你的機率是什麼？你的機率就只能是離散的，或者是想像的，所以它不可能很嚴謹，更不用講到現代的。

你說財務金融，財務金融看起來非常應用，但財務金融其實就是所謂的隨機微積分，stochastic differential equation 之類的東西，對這些東西來說，實分析是最基礎的。所以當我們講 applied math 的時候，當你需要開始了解後續是什麼樣的東西的時候，Lebesgue 積分就是一個很根本的東西。

數學系正常的學習狀態

它其實也不難，但是問題是，剛開始你要接觸他的時候，你需要時間的，因為那個觀念並不是你馬上能釐清的。可是你有那個東西之後，你慢慢接觸到其他相關東西的時候，你就會開始去對它有感覺。我講一個簡單的例子，你就可以感受到我在講什麼，譬如說你在高中學物理，它其實已經用了很多微積分了。可是你又沒有微積分，所以它只好用一種方式，去告訴你那是什麼意思。我不知道大家有沒有這種經驗，有時候會很想說，在推導時覺得那樣明明有問題，可是他一碰到問題，就換一個方法，然後就變成沒有問題。反正就是說，你在學那些物理的時候，其實你的數學是不夠的。如果你的多變數微積分是完整的，那其實那些高中物理的推導，你都完全可以很清楚。

這就有點像現在你學很多其他科學的東西一樣，當你對這個數學的分析的基礎，像 Lebesgue 積分那樣的東西，你就是完全沒有概念，你就是每次都只能隨便亂想像。譬如說，在科學上、在物理上，我們常會需要 delta function 這種突

然 jump 出來的東西，那你遇到的時候，你永遠都不知道它是什麼意思，你雖然是學數學的，可是你每次遇到它，你就只能像學科學的人，去想像那個東西。那你作為一個學數學的人你的優勢是完全沒有，你完全沒有因為你學數學，而懂任何比他多任何一點點的東西，因為你學的永遠沒有到那個階段。

數學系所聚焦的學問部份

所以這就是問題的所在，就是為什麼你學數學，一定要學真正現在我們怎麼看數學，而不是把我們拿去看一個電機系，或是一個念物理系的人。他們怎麼看數學？他們怎麼看數學？多數情況下他們根本就覺得不需要懂任何數學，他們所會的數學基本上就只是微積分而已啊！還有什麼？而且是沒有證明的微積分。這並不是說他們數學能力不好，因為他們本來就不是學數學的，他們本來就只需要會那樣，因為他們剩下來的東西，是其它的 knowledge 帶他們去想像這個東西，他們重點是後面的東西，數學嚴不嚴格對他們有什麼重要？

他們重要的是他們的實驗，他們的數據，他們怎麼解釋那個東西，那是他們那個學科的要點，可是作為一個數學的人來講，我們又沒有那些實驗，我們又沒有那些東西，那也不是我們的目的，所以我們最重要的當然是邏輯啊！當然是我們怎麼去嚴格地看這些事情的態度，所以，高等微積分優它要做到的事情，就是這個，它要建立你在數學系裡面，學整個分析的所有基礎。就是我們講的，什麼是連續函數？什麼是極限？什麼是積分？也就是說，我們在講的事情都是一些看似很好笑的事情，就是什麼是面積？什麼是長度？什麼是？什麼是？什麼！什麼！什麼！就是要針對我們所講的每一件基本的事情，這些事情看起來都好像是很簡單的事，可是就數學的角度來看，其實它都有它很深刻的意義。

所以我們必須要嚴肅看待這些很平凡的事物，真的去以數學的角度來看待這些事，當我們這樣看的時候，你就會發現到，你會多麼的不一樣，對不對？你也學過高等微積分，所以你也知道說，真的是很不一樣，那這些東西沒有學過數學的人是不可能了解，因為這些都是人類花了幾百年，甚至上千年才會累積出來的，這當然不可能是一個很平淡的東西，就他可能聽到的時候會覺得很神奇，例如 uncountable sets, space filling curves, non-measurable sets, non-where differentiable functions, 就好像說你每次聽到物理的什麼基本粒子，什麼夸克，聽到就覺得很神奇啊！物理系聽到這種東西，一樣覺得它很神奇啊！這是很自然的，那我們在數學系裡面的高等微積分優，其實就是要達到這最基本的目的。

課程內容的演變---受美國影響的國家

除了 Apostol、Rudin 這些都是幾十年前的教科書，三四十年前的，所以那個是那個時代的標準，如果你要問，那這些又過了幾十年了，我們現在要教什麼等級？那當然就會比較 depend on 每個人的 preference，最重要是因為我剛剛在講臺灣的數學教育怎樣怎樣，其實也有一點不是太公平，因為全世界都是這樣，也不是只有臺灣這樣，因為這個社會的變化都是這樣。所以你去看全世界現在寫的教科書，因為我們大部分是 follow 美國，那美國的教科書就是越寫越簡單，我們基本上就是美國的翻版，整個教育就是美國的版本。那，只有在哪些國家它不是這樣子？

課程內容的演變---擁有傳統的國家

有一些 tradition 的、發展的特別早的國家，譬如說像是法國、英國、德國、Russia，這種國家它比較不一樣，因為他們的 tradition 比較長，所以說它們在寫的教科書各方面，或者說它們對這種東西的要求是比較高的，事實上是比以前更高的，所以說如果你去看他們寫的這種分析的教科書，他們沒有高等微積分，因為他們不用這個名字，高等微積分這個名字是美國的名字，在歐洲，他們沒有什麼高等微積分，他們就叫 analysis，分析學，你去看，你就會發現到它引入了非常多抽象的東西，譬如說，像你在我課堂上聽到的一些函數空間，譬如 Banach space、Hilbert space。可是這個東西，其實是大學部裡面的基本的東西。

抽象性的必要

你當然一開始會覺得說，這怎麼可能會是基本的東西，可是你要想想看，如果我們今天學物理的量子力學，量子力學裡面怎麼解釋原子的構造，你根本測不到那個東西啊！所以你只能夠去想像，就是說從有這個東西以來，量子力學的發明跟泛函分析是同一時間，是在二十世紀初期同時出來，那泛函分析，這些 Hilbert space，就是量子力學的基礎，它的數學模型。所以你要想想看，一個要學現代的東西的人，他怎麼有可能不是這樣學這個東西？他怎麼有可能？除非他就是不要學現代的東西，對不對？所以說，其實大部分這些抽象的架構是必要的，只不過是你要怎麼放而已，現在問題是你要怎麼放，才能說讓這個課程是接的起來的，而且這樣的東西其實爭議是比較大的，如果你並沒有一個選好的教科書，你這爭議會比較大，其實這樣的教科書都是有的，你到學校圖書館去找，你就會看到，有些人是怎麼看待這樣的東西。

關於課程內容的目標---提升國際競爭力

王：所以基本上我是覺得說，高等微積分優如果用一個比較現實的架構來看，最起碼我們不應該，雖然我不太喜歡講這個，至少不要輸給大陸，對不對？我想你們現在這一代，常常看到新聞電視講這類的話，大家常常在比較你們跟大陸，大家常常在講北大、清華、復旦，這些學校。如果你們有同學是在大陸念書的話，你比較一下就知道，他們上的課跟我們上的課是什麼差別。你覺得我們上得很難，你去問他們上什麼？你覺得我們學生很用功嗎？你去問問他們的學生怎麼念書的，我想你可以很清楚的知道我在講什麼。當然在我們此地的很多人，包括老師，包括學生，很多人是不願意去面對這個問題，因為面對這些問題很痛苦，壓力很大，所以很多人都不願意去想這件事。

問題是，假如你稍微有國際觀一點的話，你就知道這是件很嚴肅的事，我們這一代的年輕人，等到十年之後，能不能在國際上真的跟他們競爭，這是很嚴肅的事，以大陸來講，他們是沒有微積分的，他們所有念這種科系的人，高中大概都學過微積分，他們一進到大學裡，學的叫作數學分析，上三個學期的數學分析，一年級到二年級上，大部分的規劃都是這樣，數學分析大概就是學到，差不多就是我在高等微積分優裡面教的這些東西，可能再多一點點。

就是說可能微分方程的部分，我會再多強調一點，但是無論如何，他們一進到大學裡，就是開始學以我們的標準是高等微積分的課，至少在北大和清華，那你如果要看他們到底學些什麼，那你就去看，他們幾十年前讀那本華羅庚的《數學分析導引》，他們在開放以前，讀的書就是華羅庚寫的微積分，華羅庚寫的那本微積分就是高等微積分，其實我以前高中就是念那個，我就是在書局買到那本書我就開始看，因為那是中文。

關於出國---與國際接軌

過去的歷史

所以問題就在這裡，臺灣現在的困境其實是很明顯的，我有時在課堂上會談到這個，臺灣在十年以前是有優勢的，如果是在我那個年代，那已經不是優勢，而是壓倒性的優勢，我們在臺大你成績很差，出去申請美國的學校還可能有獎學金可以拿。真的，你真的念的很差但拚一下，這有點像以前我們高中都沒有念書，在最後半年拚一下也考上臺大，這種人也很多。我們以前在大學也是混混沌沌，可是抱持一個信心，最後拚一拚，拚個一年，也可以拚出一點名堂。其實滿多的人在大學成績並不甚了了，後來在美國還是過得有聲有色，在國際上成為有名的人、一個專家，這種人大有人在。

必須接軌的重要原由

可是那是因為以前我們沒有競爭對手，大陸那邊封閉，根本沒有人出國，那時候出國的人，大概都是極少數中的極少數，那時候我們臺灣出國的比他們多得多。臺灣是一個島國，不可能不靠跟國際的這一種合作跟接軌，才能夠成長。當然過去二十年臺灣完全走錯了方向，這講得有點重了，但就是說，也許你聽一下也好，就是臺灣現在為什麼整個電腦科學，面臨現在這種危機，從以前覺得好像很好，到現在已經幾乎垮掉了，現在根本打不過人家，為什麼這樣？你看 HTC，去年還很厲害，今年就好像快要倒了，然後我們面板、DRAM 所有這種產品都是如此，為什麼這樣？因為腦袋裡只想那種二流的東西，你從來不去想你要做第一流的，你從來不去想要做最好的，那二流的東西都是可以被取代的，你可以做的人家也可以做，用更便宜成本做，你賺錢的時候覺得很高興，倒的時候也很快，那問題就是這樣子。

目前的危機---不知出國的核心意義

問題就是，臺灣在最好的時候，賺很多錢的時候，幾乎所有人都不出國了，我念書的時候，臺大電機系的出國率是百分之九十幾，現在是百分之十到十五，臺大電機系在裡面關起來自己很高興，這是很危險的事情，數學也是一樣，科學更是如此。

換句話說，即使像資訊電機這種東西，在臺灣即使就算建立了二三十年的基礎，其實都是不夠的，更何況我們的 science，雖然我們 science 的發展的時間，比工學院稍微長一點，可是我們顯然沒有那樣的基礎，我們當然是成長，可是我們沒有到達我們對國際環境的 independence，可以自己發明這些東西，對不對？所以其實這樣的學習，這樣的合作，這樣的國際化對我們是必要的，可是事實上，我們現在出國的人數大量的減少，我們現在幾乎所有人都留在這裡。

出國的核心意義---合作交流

我不是說出國就有什麼了不起，留在臺灣念也很好，很多人都問我說，為什麼你老是每天都這樣講，那你自己的研究所不用發展嗎？我說當然不是這樣，這兩邊其實是同時發展的，留在臺灣念也很好，出國念也很好，在臺灣做得也要很好，在外國做得也要很好，因為這些人要合作要交流。

目前的危機---外在競爭的劣勢

問題是，我們現在根本就很難出國，因為你現在去申請學校，遇到大陸人，他把他的 file 一拿出來，啪一下，你馬上被打回來，就像是撞到牆壁就彈回來。我跟你講在十年前這個現象是不發生的，那時候我們臺大數學系說老實話，以前

有一段時間，就很像做資訊很賺錢的那種時代，人家外面常常講一個笑話，臺大數學系只要前五名隨便申請美國哪個學校都有。你現在看看這個現象還在不在，這個在十年前是這樣沒錯，可是在五年前就已經不是，在五六年前，我們就大陸被追過去了。

事實上現在，我們再去外面競爭，我們的壓力真的是非常大，可是我們很少人真的感受到這件事，我說一句實在話，即使到今天走出我的辦公室，你去問數學系裡面很多的教授，很多人不會這樣跟你講這些東西，然而我比較喜歡看真實的東西。

我 2008 年回來臺大數學系，那時候第一個讓我 shock 的事情是，我們整個出國的人數、拿獎學金的人數是那麼少，已經在十個以內，然後現在是歷年遞減。你偶爾會看到一些很厲害，蔡政江啊，但講那些都是沒有用的，那種人總共只會出現一個兩個，臺灣不可能靠那一個、兩個，我們要的是一大批。

目前的危機---臺灣數學界的人才短缺

我們臺灣那麼多大學，我們至少要有十個大學是還不錯的，起碼你念得出來的，你不會覺得說中山大學，難道應該不好嗎？換句話說，中山大學數學系每年，是不是應該要有一個好的教授可以進去？

但你看臺灣現在一年可以 generate 幾個數學家？如果我們臺大數學系一年都只有那麼少的人，你去想一想，那一些清華交大所有地方你去算一算可以有多少人，那是完全撐不起我們的需要的。我講的話其實很實際，我在課堂上跟你們開玩笑說，現在念數學是最好的，為什麼？工作是最好找的，因為那個職缺的位子比現在念的人還多，我那個雖然有點開玩笑，但實際上也是這樣，所以這是一個很大的問題，因為我們現在的大學畢業生學得比人家少。

目前的危機---人才培育的失敗

說句實在話，如果你照著我們數學系的那個 syllabus 去學的話，我告訴你，你就完蛋了，絕對完蛋，絕對不可能有任何一點點競爭力。我告訴你，你不用說去跟大陸那些北京、清華、復旦比，你就是去跟那些你覺得一點名氣都沒有的學校比，你都比不過，這是不可能的，以卵擊石。

比較過去與現在教育的優劣

可是在我們以前那個時代，我們到美國去念書的時候，我們都覺得大陸學生是差我們很遠很遠的，大陸他們全國第幾名高考，或是競賽什麼一大堆的人，每次跟他們談數學的時候，我們一談就奇怪怎麼這樣，怎麼你的名氣這麼大可是你懂的東西好像很少？那因為以前我們在臺大唸書的時候，我覺得那時候的環境雖然不是特別好，可是大家其實比較**緊張**。

我知道你們最近在 seminar Atiyah MacDonald 的書，就是交換代數，我舉這個例子來說好了，那個書是我們以前一年級在 seminar 的，我們一樣是辦一個讀書會，我們是一年級的時候讀的。我並不是特別要強調什麼，我只是要說，當你覺得你要做一個數學家，你真的得好好去思考，你會對你的大學生活有非常不一樣的安排跟思維。

數學系在以前那個年代，我們雖然會這樣想，可是我們還是很難真的走到很遠的地方，因為整個環境還是不夠好，我們能夠 access 到現代的東西太少，所以我們在大學畢業的時候，雖然我們 prepare 非常多的東西，可是我們從來沒有能力，在大學畢業就能夠做一些初步的研究，我們以前是做不到的，因為我們根本沒辦法 access 現代的東西。

現在的數學系跟以前的數學系的差別是，你其實可以 access 現代的東西，因為現在的老師一般比從前的老師，研究做得比較多，所以以標準來講素質是提高的，可是問題是學生他所 prepare 的東西，其實恐怕未必有以前多，這是問題。

雙優課程所帶來的突破

只有極少數的人，可能到四年級可以做一些初步的研究，這對一個大學數學系畢業生的養成是非常重要的，在你大學畢業時你已經開始有做研究的經驗，就像一個做科學的人在大學畢業以前就進了實驗室，進到重要的實驗室跟那些團隊學習，不是說你要做甚麼了不起的研究，而是說你開始知道研究是什麼，然後你有一些機會去經歷。

所以我是覺得，以某種角度來看，整個榮譽學程沒有創造出來是很可惜的，因為榮譽學程的創造，它才有可能讓當初以第一志願進臺大數學系的人，我所謂第一志願是說，你內心裏面數學是不是你的第一志願，你是不是真的要做數學，如果是，我覺得我們數學系至少應該要 provide 一個 possibility，讓你有辦法，如果你願意，你努力，你就可以走到那條路，而榮譽學程當然是這樣的方向，不管是對純數應數。

課程後續的銜接問題

但這沒有發生，這是我們現在比較能夠期待的，就是說，從前的模式大概是這樣，好的學生在他大學的課修完後，就開始去修研究所的課，那其實在我來看這其實不一定是好的。

原因是你去修研究所的課有兩種修法，一種是修研究所的必修課，但那只是把你學的東西再重複一次而已，這樣你不會有真正的進展，老實說我們現在研究所的情況也是一樣，我在其他場合也談過，我們碩士班一年級的必修課，我們很難真的教得非常紮實，因為這完全 **depend on** 你的學生，我們的碩士生來自各個學校，很多人他們在大學的基礎都不一樣，所以你不可能假設所有人都有某些先備知識，所以你要 **take** 一個合理的開始。可是你 **take** 那個合理的開始之後，你在研究所一年級的必修課，你最後結束的範圍，可能跟我們 **honor course** 結束的地方差不多，所以那其實並不會真的帶給你什麼。

你修研究所的課很好，但你必須去修那些選修課，修那些真正可以帶你走到研究的那一端的那個橋樑，你要 **take** 那個 **bridge**。問題是很多學生他不太了解，因為當他數學還不夠好的時候，不夠明確的時候，他並不知道自己該追求什麼，所以我覺得這是榮譽學程沒有養成最大的可惜，那現在大家還可以做的，當然就是多跟老師談一談。

你知道我們現在有一些專題，學士班專題，那是一個 **alternative**，那是一個榮譽學程應該包含的一部份，你可以透過那個方式，現在當然會缺一些比較形式上的東西，但你還是可以透過跟一些你有興趣的科目的老師多聊聊，去建構這樣的一個路徑。

面對整個危機我們的態度

我剛講的重點是這樣「我們不能輸給我們的競爭對手，才能確保我們維持整個這樣的高度」，你看為什麼我們臺大數學系，顛顛簸簸發展幾十年到現在還有一個**規模**，最重要的是因為我們有大量的學長學姊，大量的數學系的校友在全世界各地，他們有很好的發展，他們會跟國內做交流、幫忙我們學生帶到國外去進修，就是透過這樣種種的循環，對不對？

我們臺大數學系真正的實力，並不是在這個系你所看到的這些東西，是那些長出去的，在全世界這樣的那個 **spectrum**，所以如果我們開始讓這麼少的人在國外去學習去接觸，那我們以後就不會有結果。

除非我們自己的研究所已經發展完整像日本，日本他們不用到國外去留學，因為他自己的 **graduate school** 已經是全世界最好的等級，他們可以 **compare** 全世界最好的。但這是因為日本他們發展科學的時間很久，他們從明治維新就開始，他遠在四五十年前他就已經達到世界的水平，所以你看他們的程度，日本出過很

多諾貝爾獎，不管在物理化學，在數學他們出過 **Fields Medal**，這都是日本他們自己培養出來的，我們當然希望那一天可以走到這樣，可是我們還沒有，我們還早得很，在那個過程中，還有很多事要做。

許：剛剛有提到說在微積分的時候我們的表現還符合您的期待，那在高微優呢？就是像學習狀況，有跟得上您的進度？

王：高微優的話我自己覺得，我覺得很好啊！

許：所以您當初的期待是希望我們跟上您的腳步？有更多期待嗎？

王：我應該這樣講好了，我剛開始要教高微優的時候，我們上學期班上有三十五個學生，數學系有二十五個，外系十個十一個，這個差不多符合我的期望。當然上學期結束以後，我們數學系好像剩下十八個。好像有當掉了幾個，還是有些成績比較低的，就是說我們好像減少了幾個人，所以下學期大概剩下十八個，外系更少，外系大概只剩四個。

課程遇到的小問題——學生與老師互動太少

我覺得基本上是符合我原來的設定，在上學期，當然我上學期沒有完全做到我所想的，我本來打算上學期就把 **Apostol** 教完，但我在教的過程中我發現到，這樣好像太刻意了，沒有必要為了這樣而這樣。

所以後來我就稍微把一些東西放到下學期，想說這樣可以跟 **Rudin** 做一些結合。整個來講，我覺得大家的表現是還不錯。在修高微優的表現，當然啦，我覺得成績比較低的那一些同學，我是覺得他們可以更好才對。就是說，我覺得比較奇怪的事情是有一些在微積分表現非常好的人，在高微優的表現就有點上不去這樣，我應該這樣講，可能比較不好的部分，是學生跟老師之間的互動太少，我覺得在微積分的時候這個狀況就比較好。

譬如說我 **office hour** 的時候大家就常常來，我比較知道大家的狀況，我那時其實是比較了解學生的狀況，所以有時候某些課我會去做一些調整，多講一點，會講一點別的東西，會因為這樣而進度做一點調整。在高微優我幾乎沒有調整，因為我 **office hour** 來的人就固定那幾個，然後那幾個都是沒問題的，基本上都是來亂的，就是我覺得不來也是可以的，可是以前微積分不是這樣，以前微積分很多人來是真的有問題來，有一些可以來討論一些東西，我可以知道他們成績可能不是特別好。

可是在高微優就很奇怪，就是說，可能大家，我其實有一種感覺，我不知道是不是有些人他們並沒有馬上去念這些東西，然後他可能花在這東西的時間，不是在一個很恰當的時機，所以等到他發現自己不會的時候，他不好意思來問。這是我自己的感覺。

可是這樣就是一種惡性循環，所以你們班上其實有一些人，我認為應該是很聰明，或是應該是可以表現得很好，可是事實上就是都有點勉強，有點剛好符合而已，當然事實上他們可以做得更好，這樣的人數是有好多個。當然啦，你不可能永遠希望所有人都是 *in a very good condition*，然後大家都非常 *energetic*。

也許在臺灣這樣的社會，說老實話你沒有甚麼急迫感，反正就二年級，你也不會覺得很緊張，一定要怎樣，如果有這種壓力說不定他就不會這樣，你知道在臺大，反正就還有很多事要做，社團啊！運動啊！各式各樣的啊！對不對，其實這也是大學生活的一部份，我也滿支持的啦，我也不反對。

但是就是說，在學習上這稍稍有點可惜，但是大致上來講我覺得還不錯。當然我其實是可以上更多，可是那樣沒有甚麼意義，因為依照你們班上的狀況來講，我覺得我上到這樣已經有點 *too much*，因為我到底要上到什麼地方完全 *depend on* 大家的表現，因為我並不知道我 *exactly* 要上到甚麼地方，我只知道什麼東西我一定要上，那些東西我當然早就上了，基本上就是那兩本（指 *Apostol* 和 *Rudin*）。

那之後所補充的東西就完全要看大家的狀況，因為補充的東西難度是更高的，抽象性也比較高，就是說他比較需要你對數學，有一種很完整的 *concentration*，那些東西就是比較概念，有一些東西你需要慢慢去想，他需要花的時間可能更多，事實上並沒有比較難，但需要花的時間更多。如果大家已經確定好自己要走這種方向，就會比較有耐心去想。

這一點我會覺得可能只有一部份的人，有做好這種準備，但這沒有什麼關係，因為那個部分對於現行的課程來講，本來就是有點超過。雖然我認為在一個真正進階的課程，就是假定我們未來真的有一個很 *well-established* 的課程的話，我認為那個是很正常的，事實上可能要上的更多，就是我們應該更 *systematic* 的去上一些泛函分析。當然我並沒有這樣做，你看我所有的東西還是盡可能拉到跟微積分比較接近的 *topic*，雖然我在講的是函數空間，但我還是往那個方向去做。

老師對於 B99 的看法

不過無論如何，我覺得你們班的表現很好，至少我教得是很開心，是說真的啦！我是說真的，其實我在教你們班的時候，我還滿緊張的，你們每次考試我都很緊張，你們每次考完小考，最緊張的其實是我，我常在想萬一你們考不好怎麼辦，我在想如果你們考不好，是不是我不應該這樣教，我第一次教你們這種課，level 又設的比較高，老實說如果你去 compare 別人，或是以前的一些學長學姊，你當然也會覺得說你們現在受到的要求是比較多的。

整體 B99 的學生狀態

那大家心裡上是怎麼想這一件事情，如果你是很喜歡數學，喜歡這個東西，你當然會覺得很高興，我現在被要求比較多，就表示我現在是比較被看重，對不對？可是如果你不是這樣想，你就會覺得說，這老師實在是很機車、很可惡，然後為什麼一定要這樣、這樣，一定要如何、如何。這種東西就是兩面的，對我來講，其實我可以老實跟你講，我真的比較在意的還不是你們班上的同學，其實我比較在意的是另外一個班上的同學。

一開始我上課有跟你們說，高等微積分優跟高等微積分是沒甚麼差別的，你今天去念高等微積分，你一樣可以念得有聲有色，這完全取決你自己，你要把它當成一個優的課來念，優不優是你自己念書的方式，而不是課叫什麼，你可以修高等微積分優但你把它念得很不優，你可以去修高等微積分但是把它念得非常優，東西就在那裡，這完全 depend on 你自己怎麼去做這些習題、看這些書，你自己要去看哪些相關資料是你自己決定的。

老師的核心教學動機---教導「自主學習」

我聽說在另外一班好像很多同學的成績不是很理想，因為我不知道所有的細節，我只知道 average 是不好的，我不清楚你們知道的狀況是怎樣，就是說我其實比較擔心、比較在意在這個過程中，有一點點讓我覺得不是很開心的是說，如果可以的話，我真的很希望我可以教我一年級教的所有學生。

做為一個教育工作者，你還要把學生分成兩半，你知道這其實在內心裡面是很不好受的，因為你不會想要這樣，可是又沒有辦法，對我來講是有兩難的。老實來講我也很樂意那去教另外一班，對我來講，我並不會覺得說教什麼內容有什麼大不了的，教一個比較難的課或一個普通的課，並沒什麼大不了的。我唯一在意的是學生是否真心想學數學。

你知道教書其實最有趣的事情，就是把人家的興趣帶起來然後讓他自己 generate 自己念書的興趣，教書最重要的就是這樣，教書不是在於你教多少東西，教書在於當他養成自己念書的習慣，對學問的追尋有真正的興趣之後，根

本不用教他任何東西，他就自己開始在那邊找東西自己在那邊看，其實那是念書最重要的事情。

像我們以前念書，那時候老師上課其實有時候也很隨便，內容很貧瘠，可是我們念書也沒有什麼問題，因為你一旦了解念書的目的是什麼，你自己就知道該怎麼做，你就拿到這本書，因為以前的老師雖然上課並沒有說非常嚴謹或認真，但他用的教科書都是很好的，你既然有那本教科書，那就自己把它念完就好，就是這麼簡單的事情。

就是說，你為什麼要 *depend on* 老師上課會不會講笑話，會不會吸引你的興趣，這些事其實一點都不重要，最重要的是你自己。

對學生數學基礎教學的期望落空---大一微積分

我會覺得比較可惜的事情是，我一年級真的花了很多力氣，我有史以來，我從 1998 年回來臺灣，我教過最難的一門課就是你們的微積分。

對我個人而言，那是對我最具有挑戰性的課，我從來沒有教過一門課投入這麼多時間，而且是幾乎每一堂課都寫 *note*，因為我不能讓任何一節課出一些我想像不到的差錯，所以我不允許我自己在課堂上犯太多錯誤，可是你知道這不過就是微積分而已，對不對？我幹嘛要這樣，可是就我自己的觀點來想，沒有比微積分跟線代更重要的課，這是整個數學系裡最重要的兩門課，你只要這兩門課你真真正正打從內心徹底的學好，其實後面的所有的書你都可以自己念，包括高微包括代數，因為它只是一個進化版，只是在知識面上更嚴謹的延伸而已，讀書態度還是你一年級的時候就應該養成的。

所以我本來以為我在一年級的時候，有幫你們打下一個比較好的基礎，我自己以為是這樣，但是如果從二年級另外一班的表現來看，我就會認為我是失敗的，我不敢說是完全的失敗，但至少離我自己想的還差很遠，我本來以為他們到另一班修的時候，應該會覺得以前吃的苦是有代價的。

但這些事情並沒有發生，這就表示跟我想的很不一樣，這其實是我比較在意的，老實說在你們班上，我當然比較知道要怎樣 *control* 整個情況，而我對自己教這些東西也有一定的信心。而且我考試的方式是大家都知道，你們都知道我怎麼考試，所以說你們真的要準備的話，大概也不會差太遠。我並不為難這些事情，所以說老實話，雖然我們是高等微積分優，我們的考試可能是比較容易的，雖然考出來的題目看起來很嚇人，但其實是比較容易準備的，可是在另外一班，他考出來東西說不定比我們簡單，但是他們感受起來就是覺得很難，因為他出題的脈絡可能不像我那麼清楚。

這其實顯現很多東西，就是說，我不斷強調的是，這些基礎的課程唯一要帶給學生的，最重要的還是念書的那種態度，一但你知道書就是要這樣念，你一旦了解到這個，那種感覺，你應該知道怎麼安排你的時間。

去面對這些東西的時候，一旦知道這件事情，其實整個大學你就會如魚得水，因為你只是把你的知識累積了，課、 subject 一直換，但是你就是一直衝下去，你那個整個態度就出來了，可是這點，究竟大家有沒有在這些課學習到，我就知道了。