

# 普通高級中學數學科課程綱要補充說明

普通高級中學數學科課程綱要修訂專案小組

97 年 7 月 18 日

## 第一章 修訂緣起

為落實 93 年 4 月「全國高中教育發展會議」發展更理想課程之共識，銜接九年一貫數學課程，揭發數學為基礎學科的重要性，反應社會變遷及國際趨勢而釐清高中數學核心內容，橫向呼應高中各學科與數學的連結，以及提出導正高中數學學習文化的理想，乃修訂此課程綱要。

## 第二章 修訂歷程

普通高級中學數學科課程綱要的修訂，分成『前置研究階段』與『修訂階段』。前置研究歷時一年半，包括

- (1) 94 年 1 月至 6 月進行的「中小學數學科課程綱要評估與發展研究」，以 12 年一貫的精神，檢視當時的九年一貫數學課程與 95 高中數學暫行綱要的「一貫性」、「銜接性」與「妥適性」，並與國際現況比較，包括美國加州、新加坡、英國、日本、韓國、中國等國家或地區。此研究之簡要報告置於附錄 A。
- (2) 94 年 12 月至 95 年 4 月，擬定「12、15、18 歲數學科能力指標」。
- (3) 95 年 8 月及 9 月，建置「中小學一貫課程體系」，進行跨學科之檢視，釐出數學與其他學科之關聯，並整理各學科學習上需要數學的課題與需求該課題知識的時間。

在此期間，數學學科中心完成網站建置，教師同仁與社會大眾皆可自由提出對於中等學校數學教育的意見和看法。

數學科在 95 年春即組成數學課程綱要修訂專案小組，於 95 年 4 月 1 日開始修訂階段的工作。上述四種文件：回饋意見、數學科能力指標、中小學數學科課程綱要評估與發展研究及跨學科關聯性報告，是本次課綱修訂的主要參考文件，其研發過程中皆經過廣泛之意見徵詢；其他參考資料則包括美國、新加坡、中國、英國等他國之高中教科書。相關資料可至數學學科中心網站查閱，網址如下：

<http://www.mathcenter.ck.tp.edu.tw>

數學課綱修訂專案小組成員包括數學子領域代表（分析、代數、幾何、機率、統計、離散數學）、九年一貫數學領域課綱代表、師範大學代表、教育心理或數學教育代表以及高中教師代表（包括學科中心、普通高中、完全中學、數學科輔導團、全國教師會等），力求涵蓋周全與均衡。專案小組舉行了 17 次研究與討論會議之後，於 96 年 6 月提出草案初稿，並開始公民參與程序，與學科中心共同舉辦焦點座談與公聽會。其中有五場焦點座談，對象為三所師範大學推薦代表、

教科書編者、教科書審查委員、大考中心代表與教師代表，以及意見團體代表(包括教師會、家長會、學生會等)；三場公聽會(北、中、南區各一場)。為落實公民參與，所有蒐集到的意見，都帶回專案小組，再召集會議，審慎討論之後才提交課程綱要之修訂草案。該草案經專家審查並修訂之後，由教育部公布實施。

### 第三章 設計精神與理念之再說明

數學家大多接受過嚴格的純數學訓練：包括一套由集合與運算規則所建構的代數體系，由連續性公理所建構的分析理論，以及由平行公理所建構而成的歐氏幾何。它們都是由最簡潔的「公理」出發，經過嚴謹的證明程序，建構出牢不可破的數學體系。這套思維模式與建構歷程有它在理論科學發展的重大意義，然而將它施行在數學教育上，特別是對初學者，在缺乏動機與應用的引導下，容易衍生成形式主義；六零年代美國新數學教育改革的失敗正是這樣慘痛的教訓。直到今日，由於大多數教師都經過嚴格的純數學訓練，形式主義的典型現象，或多或少仍發生在我們的教學場域中。以下提出五項建言，提供教育工作同仁參考。

1. 數學的學習若能切合現實世界，給予學習的動機與應用的導引，學生才不會不知為何要學。
2. 精簡的公理與嚴謹的推理，若能與學習者的既有經驗相結合，則比較容易被接受，也能內化為有用工具。
3. 數學課程要讓學生看到抽象化的必要性，避免經由嚴謹程序而推得直觀上顯然的「公認事實」。高中數學教育的內容，應能區別輕重並掌握主要脈絡，不宜在過於細節的問題上，投入過多的心力。
4. 數學是研究各種規律性所發展出的語言，數學思維的模式兼具歸納與演繹。中學課程應較為平衡地呈現歸納與演繹兩種思維模式，而不止著重於演繹而忽略了歸納的思維。
5. 函數、極限與微積分經常可以透過實例、圖形以及比較大小等具體觀察，而直觀地判斷出哪些部分是重要的特徵或元素。對於初學者，應重視此類直觀概念的發展。

本課綱的一個基本理念是要避免形式化的數學學習，要將學生所學的數學與現實世界連結。因此以生活上需要或是其他學科需要的數學內容，形成高中數學的核心內容。從這個基本理念出發，省思前述五項避免形式化教學的看法，本課綱依據以下五項精神而設計。

- (一) 掌握主要脈絡，建構清晰的數學概念。
- (二) 展現以簡馭繁的數學思考方法。
- (三) 在演繹之外，加強歸納思維的訓練，並認識數學模型的意義。

(四) 以圖形與實例，循序漸進，建構抽象思維的內涵。

(五) 強調數學的應用，凸顯數學的普遍性與本質性。

我們逐項說明如下。

(一) 掌握主要脈絡，建構清晰的數學概念

每一冊訂有一主題，分別是數學 I：函數；數學 II：有限數學；數學 III：平面坐標與向量；數學 IV：線性代數。各主題之脈絡如次頁之圖一、圖二與圖三所示。

(二) 展現以簡馭繁的數學思考方法

- 伸縮與平移：二次函數的標準化(配方法)、指對數的換底(換為以 10 為底)、二次曲線的標準化(平移+二元配方法)、數據的標準化
- 對稱性：將三角函數的求值問題，轉化為銳角三角形的邊角關係問題
- 對數函數：化乘除為加減，化次方為乘除
- 內積與外積：將角度與面積問題化為可操作的代數式
- 將排列組合問題都對應到球與籃子的標準模型

(三) 在演繹之外，加強歸納思維的訓練，並認識數學模型的意義

許多重要的公式都先有鋪陳再歸納出一般式，如：

- 在乘法公式中與多項式章節中，先鋪陳  $x^n - a^n$  ( $n = 2, 3, 4$ ) 的分解，到等比級數時再歸納出一般的公式
- 在乘法公式中先鋪陳  $(a + b)^n$  ( $n = 2, 3, 4$ ) 的展開式，到二項式定理再歸納出一般展開式
- 發現數列的規律性也強調學生需能夠從數列或樣式中歸納出遞迴關係
- 為了計算兩向量的夾角，透過餘弦定理歸納出內積的自然定義
- 為了計算兩向量所張成之平行四邊形面積，透過正弦定理歸納出行列式的自然定義

(四) 以圖形與實例，循序漸進，建構抽象思維的內涵

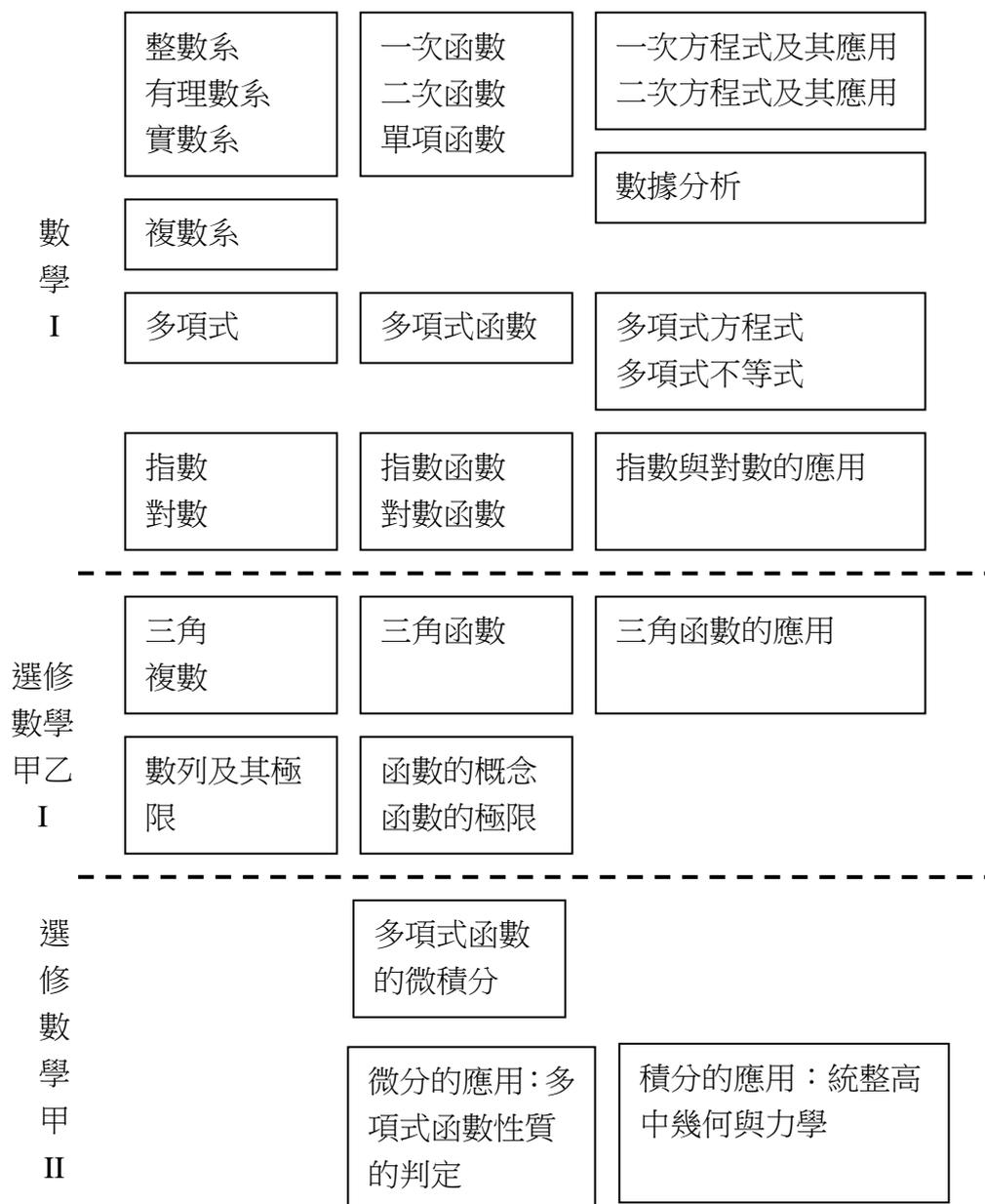
本課綱的設計，是提供了充分多的實例後，才給抽象的定義。如

- 在數與式中，先經過數字操作再轉化為文字與數學式的操作；其他章節如多項式、指對數、三角、坐標幾何中亦皆如此。
- 邏輯與集合的操作：在數學 I 的一次不等式中，有如「求滿足  $|x + 1| \leq 2$  且  $|x - 2| \leq 3$  的  $x$  的範圍」的問題，自然引進邏輯中「且」的概念，而區間是集合的概念，但不特別強調集合的抽象概念。又如數學 I 中的多項不等式，有如「求滿足  $(x - 1)(x - 2)(x - 3) > 0$  的  $x$  的範圍」，這是用到「或」的概念。先有這些實例，再於數學 II 的排列組合中才正式引進邏輯與集合的操作。這個集合的抽象定義與操作是為了要處理一般的應用問題。
- 先有點坐標、平行及位置向量概念，再引進抽象的向量概念。
- 函數：先複習國中的一次函數和二次函數，然後介紹多項式與指對數函數；這些函數都是直覺地認識。到選修數學中才正式引進抽象的函數定義。
- 函數圖形的鋪陳，是經過了特徵的「辨識」及「判定」兩個歷程。函數的特

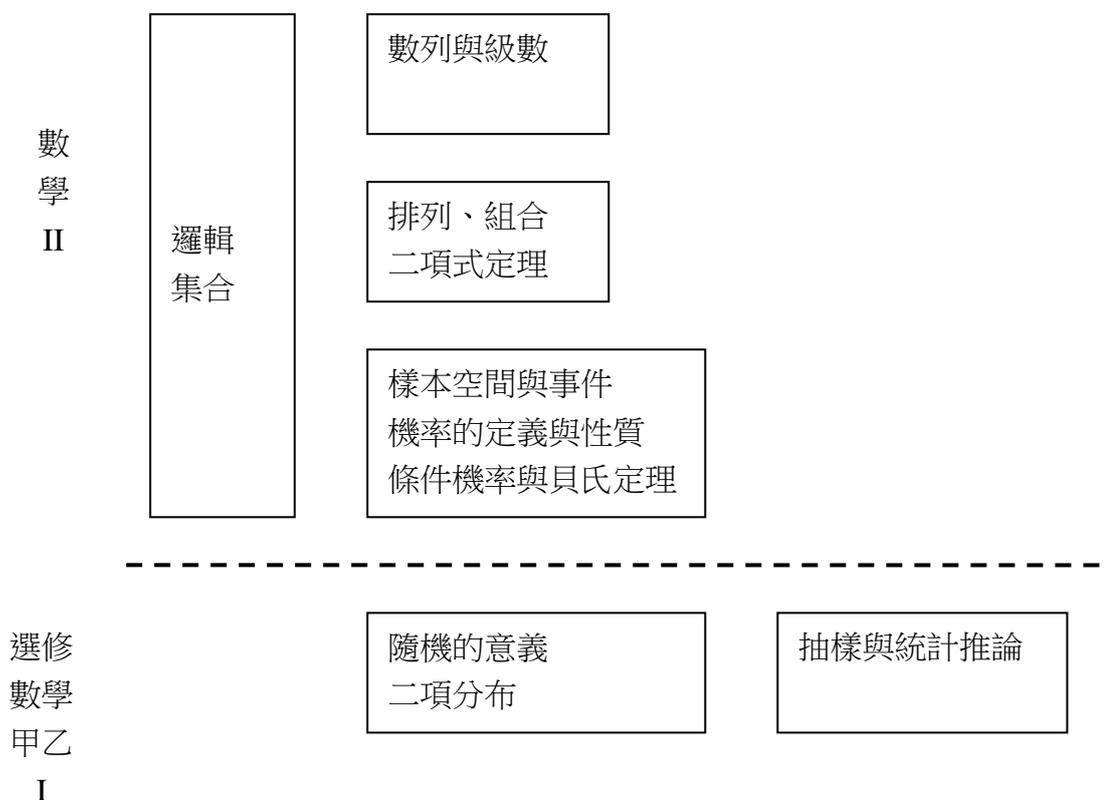
徵如

- 對稱點、奇偶性
- 直線的斜率與截距
- 二次函數的頂點、凹凸性
- 已分解多項式函數的特徵，包括零根位置、重根、函數值正負的區間

圖一・函數的學習脈絡



圖二・有限數學的學習脈絡



圖三・平面坐標與向量及線性代數的學習脈絡



(五) 強調數學的應用，凸顯數學的普遍性與本質性

- 運動學的例子：等速直線運動、等加速直線運動、拋體運動、等速圓周運動，簡諧運動。
- 指數成長的例子：如人口成長、細胞分裂、放射性元素衰變、藥物代謝、複利等，或以指數方式度量的音量、音階、地震強度、酸鹼值等。
- 排列組合的例子：球與籃子的標準模型
- 機率的模型：二項分布、常態分布
- 聯立線性方程組的應用：線性規劃

#### 第四章 教材綱要與附錄之區別與定位

在教育部 97 年 1 月 24 日頒佈的高級中學課程綱要文件中，數學綱要有兩種「附錄」，一種列在必修科目『肆、教材綱要』和選修科目的『參、教材綱要』的表格內，另一種是必修科目的『陸、附錄』和選修科目的『伍、附錄』。這兩種附錄同名異義，發生這種令人混淆的結果，實乃編輯與體例的堅持，我們現在做以下補充說明與定義。

**教材附錄：**在必修科目『肆、教材綱要』和選修科目的『參、教材綱要』的表格內所寫的附錄。

**綱要附錄：**在必修科目的『陸、附錄』和選修科目的『伍、附錄』。

關於**教材附錄**的定位如下：

- 教材附錄為課文內容之輔助教材，應該編入教科書。
- 教師應在適當時機將教材附錄配合課文內容授課，不必按頁碼順序在學期末一併講授。
- 教科書可視其需要，自行增加教材附錄。
- 教材附錄不應屬於全國性評量範圍。

關於**綱要附錄**的定位如下：

- 綱要附錄為綱要內容之說明與範例，其正面表述之範例，教科書可自由選擇採納與否。
- 綱要附錄中列舉之不應或不宜包含於課程內的課題，教科書應遵循處理，各校亦應避免該類課題的評量。

#### 第五章 數學課程綱要文件之補充說明

本章針對教育部 97 年 1 月 24 日頒佈《普通高級中學課程綱要》文件之數學必修 (pp. 43—70) 與數學選修 (pp. 71—84) 部分內容，做進一步闡述或補充說明。

##### 5.1 時間分配之補充說明

必修數學（高一、高二共四個學期）之學分數，以及選修數學（高三的數甲 I II 及數乙 I II），以及其他建議的選修數學 (p.72) 學分數，皆受限於『普通高級中

學課程綱要總綱』(p.1,2)，不宜再增加。例如高一的兩個學期，國文、數學、社會與自然科學類，總共最多只能有 2 學分的選修課程。

## 5.2 實施要點之『教材編寫』補充說明

教科書可以自增附錄。課本附錄的定位為：要教不考。附錄可以配合課本內容教授，不必等到課本內容全部教完才講附錄。

## 5.3 實施要點之『審查注意事項』補充說明

教科書之審查僅應審查內容的正確性，並確認其內容滿足綱要的需求與規範，沒有不足也沒有過度延伸。在正確與符合綱要的前提下，對直觀與嚴謹尺度的拿捏，以及題材之選擇與呈現之方式，應適度尊重編者在數學學習或課程規劃上的設計。不同的人有不同的學習方式，應該允許教科書編者針對不同的學生設計出不同形式的教材，而避免「以審代編」造成風格極為相似的教科書。簡言之，數學課本可以不止有一種形式。

## 5.4 實施要點之『計算機的使用』補充說明

課程綱要並無規範教師及學生都需具備計算器或電腦計算軟體，也不能規範全國性評量能否使用計算器。對於所有的數學課題，學生都應該被教導，在「已經熟練計算原理」的前提下，「能」使用計算器解決「繁瑣」計算問題，教學過程與校內評量中，「可」使用計算器來求值。無此工具時，還是要能夠透過查表求得近似值。

## 5.5 實施要點之『教學評量』補充說明

數學學習應注重數學思考的訓練，須導正「零碎解題技巧堆集」以及「不經慎思只求快速解答」的學習文化。解題固是數學訓練重要的一環，但應注意其意義與方法；題型的情境要合於常理，應避免悖於常理或只能用預設方法解題的「人工化」難題。

各學期的課程綱要分成三或四個主題，大致上對應教科書的章，並不對應學校的段考範圍。各校應自行協調決定各次段考的涵蓋範圍。

## 5.6 教材綱要及其說明與範例之補充說明

### 1. 關於 p.46 數學歸納法之補充說明

現在的國中小（九年一貫）數學教育已經弱化嚴謹的數學證明，為考慮銜接性，將數學歸納法延後至數學 II，而且定位成數列與級數的子題，並將不等式形式的命題延至選修數學甲、乙 II。

### 2. 關於 p.48 數學 IV 之補充說明

較 95 暫綱之相對設計而言，二次曲線的教學內容減少，與增加的矩陣運算份量相當，整體而言，數學 IV 的內容並無加重之虞。而某些課題，例如平面上的線性變換與（僅限於）二階方陣的連結，屬於加註◎的分級課程，亦可進一步減輕一部份學生的負擔。

3. 關於 p.52 一次函數圖形之補充說明

呈現一次函數之變化率意涵時，函數圖形的  $x$  軸及  $y$  軸可含單位。

4. 關於 p.52 斜率之補充說明

負斜率代表下降，斜率的絕對值較大代表直線比較陡。不處理引伸的幾何問題，例如兩直線的垂直與平行。專注於一次函數的意涵，而非直線方程式的意涵。

5. 關於 p.52 多項式之補充說明

多項式的教學可以不提「零多項式」或「零次多項式」這些專有名詞，而「多項式相乘之次數關係」也可以不必寫成公式或定理，在實際操作中即可認識。

6. 關於 p.52 插值多項式之補充說明

$f(x)$  除以  $(x-a)(x-b)$  的餘式，就是通過  $(a, f(a))$ 、 $(b, f(b))$  的一次插值多項式，這是用簡單多項式在特定區域  $[a, b]$  裡近似於一般多項式函數，此為數學化繁為簡的精神。

7. 關於 p.53 透過因式定理證明插值多項式的唯一性之補充說明

如果  $f(x)$  及  $g(x)$  同為 3 次多項式， $f(a) = g(a)$ 、 $f(b) = g(b)$ 、

$f(c) = g(c)$ 、 $f(d) = g(d)$ ，其中  $a, b, c, d$  為相異的四個數，則  $f(x) = g(x)$ 」

證明：

令  $h(x) = f(x) - g(x)$ ；因為  $h(a) = h(b) = h(c) = 0$ ，由因式定理可得

$h(x) = \alpha(x-a)(x-b)(x-c)$ ；將  $x = d$  代入得

$h(d) = \alpha(d-a)(d-b)(d-c) = 0$ ，因此  $\alpha = 0$  即  $h(x)$  恆等於 0。

一般  $n$  次插值多項式唯一性的證明，可於介紹數列  $x_i$  的符號後，在高三統整複習時再介紹。

8. 關於 p.53 單項函數圖形之補充說明

單項函數的奇偶性與其圖形的對稱性用到  $(x, y)$  與  $(-x, y)$ 、 $(-x, -y)$  對  $y$  軸及原點的對稱性，此對稱性的學習採直觀的介紹即可。至於  $y = c(x-h)^n + k$  僅止於  $n = 1, 2, 3, 4$  的情況，而且要求能夠「辨識」其平移的效果即可。所謂辨識包括根的位置和重根 (1, 2, 3, 4) 對應圖形「扁」的程度。在評量方面，學生能將呈現在題目中的函數與圖形配對即可。

**9. 關於 p.52,53 各種函數圖形之補充說明**

函數圖形的繪製是培養學生「函數感」的重要歷程；而「函數感」是指對於

i) 函數的圖形特徵

ii) 這些特徵所對應的現實意涵

iii) 以其作為數學模型的典型問題

這三者的綜合認識。首先要經過描點，其次可學習操作電腦繪圖，再來是要由圖形的特徵讀出函數在現實世界中之特別意涵，以及應用它們的典型問題。例如：

a) 一次函數圖形的特徵有斜率和截距，典型應用是作為等速運動的模型，斜率的正負值在數學內部對應漸增或漸減性質，在典型問題上則代表運動的方向。

b) 二次函數的特徵包括頂點坐標、開口方向和開口寬度，其典型應用是等加速度運動，又特別如自由落體和拋射；在數學內部，頂點和方向對應極值和值域，開口寬度對應曲率，在典型問題上，則對應加速度與運動的最高點。

c) 三次函數首度展現反曲點，引出加速度的變化對應曲率的變化，亦即圖形的凹凸性對應速度越來越快或越來越慢的運動。其特徵在數學內部為重根的次數，表現在圖形上就是在零點附近「扁」的程度。

d) 上述低次多項式函數或冪函數的具體經驗，全部在高三選修數學（甲或乙）II 透過微積分的學習而統整起來。

**10. 關於 p.54 多項式不等式之補充說明**

解決多項式不等式的問題，可以不需要圖形的輔助，而使用代數方式處理。綱要中特別指定與圖形的連結，主要目的是藉此建立學生對多項式函數圖形特徵（包括零根位置、重根的意涵、函數值的正負）的直觀認識。

**11. 關於 p.54 複數四則運算之補充說明**

複數的乘法可以直接規定為  $(a+ib)(c+id) = (ac-bd) + i(ad+bc)$ ，以使其滿足分配律。不一定要用「分配律」推導；事實上，『複數乘法對加法的分配律』乃至於『實數與虛數乘法的交換律』本身也就是一種規定。教科書不必只有一種推導複數計算規則的方式。

第一冊的複數只想處理二次方程式的根和代數基本定理的範例，以此目標介紹夠用的複數即可。請勿在此「施展」複數的教學。不談複數幾何，並不排除在坐標平面上畫對應點，只是不要講幾何。

**12. 關於 p.54 有理根判定之補充說明**

整數性質「 $a|bc, (a,b)=1 \Rightarrow a|c$ 」以實際範例說明即可，牛頓定理（有理根判定）亦不必證明。首尾項不宜有太多因數。

**13. 關於 p.56 對數表內插法之補充說明**

以內插法取代表尾差，但學生只需了解內插法的概念即可，避免太多繁複的

計算，例如只限定在小數點下兩位以內。

**14. 關於 p.56 有限項等比級數之補充說明**

在第一冊探討的有限項等比級數，以指數函數自然衍生的應用問題為目的，例如在固定利率下定期定額的存款，其遠期價值就是一個等比級數。這些問題在討論指數時自然發生，不該因為沒有等比級數的一般性知識而受到限制；教師與教科書甚至可以暫時不提「等比級數」這個名詞。而

$1 + a + a^2 + \dots + a^n$  這種形式的求和，從第一章就以平方差公式和立方差公式開始鋪陳了，第二章至少推廣到  $a^4 - b^4 = (a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$ ，可以連結這些先備知識來看待與處理簡單的等比級數。一般的有限項等比數列及級數問題則在數學 II 之數列與級數中處理；到了那裡，可以回顧第一冊第三章的求和問題當作處理等比級數的動機與前置經驗。等比級數公式：

$$1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1} = \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

**15. 關於 p.57,58 數列與集合符號之補充說明**

教科書可以採用  $\langle a_n \rangle$  或  $\{a_n\}$  或其他方式表示數列，也可以採用  $n(A)$

或  $|A|$  表示集合  $A$  的元素個數，只要內部一致即可。

**16. 關於 p.57 數列遞迴關係之補充說明**

由具體實例讓學生由前數項推測下一項，並歸納出一階遞迴關係，如

$$a_{n+1} = a_n + d \text{ (等差數列)}、a_{n+1} = ra_n \text{ (等比數列)}、a_{n+1} = a_n + n、a_{n+1} = a_n + n^2、$$

$$a_{n+1} = (n+1)a_n。重要的一階遞迴關係為等差數列與等比數列。此處之「具$$

體實例」未必指生活中的例子，例如看出  $1, 3, 5, 7, 9, \dots$  是  $d = 2$  的等差

數列，又如疊立方塔得到  $0, 1, 5, 14, 30, \dots$  是  $a_{n+1} = a_n + n^2$  這種遞迴關係。

**17. 關於 p.60 數據分析之補充說明**

本章只談母體的統計分析，不涉及抽樣統計。在數據集中趨勢中，可不再重複國中所學的中位數、四分位數及百分位數。

**18. 關於 p.62 和差化積與積化和差之補充說明**

和差化積與積化和差本質上是差角公式的小幅推廣，由於在高中課程中已不涉及不同週期三角函數的疊和，故排除於高中數學課程之外，以避免產生許多不必要的難題。

**19. 關於 p.62 三角函數的求值之補充說明**

此部分學習會用到直角坐標系下  $(x, y)$  與  $(-x, y)$ 、 $(x, -y)$ 、 $(-x, -y)$  對  $x$  軸、 $y$  軸及原點的對稱性，此對稱性的學習採直觀的介紹即可。

**20. 關於 p.63 廣義角與參考角之補充說明**

此部分學習會用到直角坐標系下  $(x, y)$  與  $(-x, y)$ 、 $(x, -y)$ 、 $(-x, -y)$  對  $x$  軸、 $y$  軸及原點的對稱性，此對稱性的學習採直觀的介紹即可。將廣義角的餘弦與正弦值，對應到單位圓上的點坐標後，可以利用對稱性觀察補角關係，然後用來決定廣義角的餘弦與正弦值。例如  $60^\circ$  是  $120^\circ$  的補角，而在單位圓上的對稱性顯示  $(\cos 120^\circ, \sin 120^\circ)$  就是  $(-\cos 60^\circ, \sin 60^\circ)$ ，因此可以決定  $\cos 120^\circ$  和  $\sin 120^\circ$  的值。

**21. 關於 p.64 三角函數表之補充說明**

在三角函數表的查表教學過程中，可複習內插法，但避免繁複的計算，例如只限定在小數點下兩位以內。

**22. 關於 p.64 兩線關係之補充說明**

兩線關係之應用，包含外心、反射與鏡射之探討。

**23. 關於 p.69 二次曲線之補充說明**

圓錐曲線有許多問題在微積分的幫助下變得很簡單，如果在高中學習，就難免讓學生記憶許多不必要的公式。在此原則下，選擇省略了切線和光學性質的內容。

二次曲線的教學不含參數式。但圓和橢圓的參數式，屬於選修的數學甲 I 的課程內容。

**24. 關於 p.72,73 二項分布之補充說明**

先透過計算和實驗介紹二項分布，看到鐘形分布的趨勢，再引進常態分布。

**25. 關於 p.73,74 函數概念之補充說明**

受限於授課時數不足，排除了反函數與反三角函數的教學。與 95 暫綱相同。

**26. 關於 p.73,74 介值定理之補充說明**

介值定理又稱為中間值定理。

**27. 關於 p.73,74 信心水準之補充說明**

評量時，考題應該附上 95% 信心水準的信賴區間公式。教科書的處理與呈現，只要說明正確並且內部一致即可。

**28. 關於 p.77,82 常態分布之補充說明**

高中時代談常數  $e$  只為了把常態分布寫出來，並不在第一冊指數函數時介紹

它。教科書可以在選修數學中介紹這個常數，學生記憶  $e$  就像記憶  $\pi$  一樣，它們都是常用的無理數。教科書不必完整交代  $e$  的定義和性質，但不妨在附錄中進一步說明。

## 第六章 學習內容之補充說明

數學是研究各種規律性所發展出的語言，是人類理性思維的產物，也是自然科學與社會科學的共同基礎；二十世紀計算機的發明，更促成當代各學科進行「數量化」與「數學化」的革命。因此，數學對學生未來的發展將日益重要。基於各學科知識發展潮流，聯合國教科文組織亦將數學與語文列為終身學習的基礎，學生於高中時期奠定良好的數學根基，對其個人未來及整體社會之發展均十分的重要。

課程綱要之設計，應釐清數學的學習範疇。高中時期所應學習的數學，應界定在由生活上的需要，或是其他學科的需要，所形成的核心內容；也應是大部分學生在循序漸進學習中，得以學會的基礎數學。

就台灣本地的社會變遷而言，過去高中生只有佔同年齡的百分之三十，程度較為整齊，因此過去數學課綱的定位，程度較深，同時採塊狀設計的架構。但即便學生程度較整齊，這個定位仍太純數學，對文、法、商的學生仍太深、太重了些。這是許多老師與家長所反應的狀況。這使得許多學生在一進高中就放棄數學，不僅打擊他們的自信心，也剝奪了他們可能發展的機會。

就國際數學課程的比較而言，數學必修大致到十年級為止，而我國的數學必修則是到十一年級，造成許多非理工性向學生學習一些不適合的數學。若要減輕學生的負擔，需檢討哪些是最核心的題材。有鑑於此，我們對現行高一高二的題材做了適當的調整，訂出必修數學課程學習內容的定位。

高一數學（數學 I、II）的定位為學習與生活關聯或其他學科需要用到的數學，以建立學生在各學科進行量化分析時所需要的基礎。高一上處理有關連續量的課題，包括由度量連續量所產生的實數，以及描述量與量關係的基本函數，如多項式函數與指數、對數函數。高一下處理有關離散量的課題，包括數列與級數、排列組合、生活中常見的古典機率，以及其他學科常用到的數據分析等。

高二數學（數學 III、IV）的定位為社會組與自然組學生在學習上所應具備的數學知識，其主題為坐標、向量幾何與線性代數。

由此想法刪除傳統的部分內容，而這些內容都不致影響到學生銜接大學的課程，同時將這些刪除內容，放在選修代數，選修幾何中，提供有志唸數學、物理等學生一個挑戰的機會。

本課綱設計的學習速度是針對一般程度的學生，讓他們在這樣的進度下能夠對內容充份吸收，學得懂也愛學。另外，對程度落後的學生，設計基礎數學 I/II 補足其銜接高中數學不足之部分。同時，必修數學 A 版可以由原來兩年修習的規劃，彈性拉長到兩年半，仍可接上學測的考試時間。對程度好的學生，則規劃選修數學(如選修代數、選修幾何等)，以激發他們的學習熱忱，讓他們有挑戰的機會。對程度更好的資優生，則可將高三的選修數學甲/乙 I 規劃在高二上、下學期修習。一來此舉並不會造成任何銜接的問題，二來高三時期的數學課程可改修一年期的微積分，用來取代選修數學甲 II。如此設計可以提供資優生，有向上

學習的機會，不致於被壓在同一個學習範疇做無謂的反覆學習。

螺旋式的課程設計，在英、美、新加坡的數學課程中行之有年，其主要用意在於

- (1) 數學工具的發展，要貼近它的需求
- (2) 數學概念的發展，要配合學生的認知成長

我國的教學傳統較習慣塊狀課程設計，因此本課綱雖有一些內容採螺旋式設計，卻仍在教學與評量目標上切割清楚，以配合教科書編撰與教師授課的習慣。茲列舉如下。

- 多項式函數在高一學習，高三時透過微積分統整並深化。
- 等比數列、等比級數在高一上時的指對數函數中以應用的形式自然出現，再到高一下時之數列與級數中深化。而等比級數的求和問題，從數學 I 第一章開始，就以平方差和立方差的形式引入，到了第二章至少推廣到 $a^4 - b^4 = (a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$ ，在第三章（指數函數）的應用問題中自然引進的有限項等比求和問題，則可以用上述經驗簡單介紹公式。這些經驗和公式，到了第二冊可以作為學習等比級數的動機和練習歸納法證明的範例。而無窮項等比級數，則在選修數學甲、乙 II 中，有了極限概念之後再學習。
- 三角函數的學習分成兩段。其幾何意涵於高二時學習，其函數意涵（週期性、圖形等）則留待高三時有較多物理基礎後再學習。圓與橢圓的參數式亦不與其方程式一併學習，而是與三角函數一起延遲到選修的數學甲 I。
- 複數在高一的二次方程式中引進，在高三時結合三角函數學習複數的極式，深化複數的乘除及次方運算及幾何意涵。
- 在高一下首度學習數學歸納法時，並不涉及不等式形式的命題，而延後到選修數學甲、乙 II，在立即需要應用這些不等式討論數列之比較時再學習。

每一學習段落均作明確的定位與主要脈絡，以讓學生循序漸進，不在主脈絡的部分採直觀方式處理。先讓學生能直觀了解學習的目標，在之後的課程中再經由實例、證明補足其嚴謹性，避免學生覺得在學習過程中處處有陷阱而無法舉足向前。這些內容在高一採直觀的呈現，主脈絡是運用實數，如根號，指數的操作，不要在高一時糾纏在實數定義的嚴謹性問題。可透過十分逼近法表現無窮小數，並呈現實數所具有的運算性質。又例如函數圖形的對稱性，所用的對稱性的幾何內容，不是以函數作為主軸的教學上的主題。因此，只用直覺的認知即可。比如  $x=y$  的對稱，只要將坐標系橫著再反著看即可。用對摺方式表現出對稱性。對稱性的幾何觀念在國三以及高二會嚴格處理。

在分析上實數的完備性、函數的定性分析、極限與微積分的概念採直觀處理。統計中的、抽樣與統計推論也是採直觀處理。

## 第七章 核心能力之補充說明

課程綱要「貳、核心能力」列舉了七項能力，我們逐項說明如下。

### 一、演算能力：

演算並非機械式的操作，而是為解決問題所進行必要的操作。演算的進行須建立在概念的理解上。演算的精進也深化我們對概念的理解。演算能力需要長時間、

漸近且持續的練習才能精熟，過度或純機械式的操作只能有暫時的效果，或甚至有反效果，因此應該避免。文字、符號以及函數的代數操作應注意其演算的目的，需有具體的實例，並注意與現實世界是否連結，否則會演變成形式、機械式的操作。演算能力還包括基本的心算與估算能力。

## 二、抽象化能力

抽象化能力有下面幾個內涵：

- (1) 能將具體世界中的概念以數學式子、文字、符號、函數、方程式或抽象體系的模型等來表徵。
- (2) 能在抽象世界進行思考與形式操作。
- (3) 建立抽象體系的能力。
- (4) 能將抽象世界的推論回歸到具體世界。

## 三、推理能力

推理必須視為是數學活動的一部分。例如，能觀察並了解一個類型、說明一個結果的正確性，或決定一個答案是否正確都是需要邏輯推理的活動。特別是當推理成為數學活動的一部分時，學生比較不會認為數學只是一些規則的集合而已，可以讓學生了解數學是可以了解且有意義的學習活動。具體而言，這個能力的內涵包含：

- (1) 能了解推理與證明是數學學習的基礎。
- (2) 面對問題能做數學的猜測並能以此猜測進行探究。
- (3) 能發展與評鑑數學的推論與證明。
- (4) 能選用不同的推理與證明方法。

學生若具有推理的能力，則他們會表現出：

- (1) 由觀察資料及辨識類型中作數學的猜測（歸納推理）。
- (2) 由邏輯的推理或反例的佐證驗證的有效性：建構有效的理論（演繹推理）。

學生必須學會嚴謹的數學推理。

## 四、連結能力

泛指建立知識體系過程中的連結，在這裡我們將其侷限在數學知識的內部連結，以及數學與具體世界的外部連結。連結必須要輔之以實例，同時要引導學生去嘗試將新學的東西與舊經驗作連結，並鼓勵學生舉實例。更深入的連結是數學建模的能力。

## 五、解題能力

在此解題意思不只是解決問題而已，問題解決能力的培養一直是數學課程與教學的一項重要目標，學生要能從學習與做數學中探索並了解問題。在這個過程中，學生形成問題、判斷結果，最後要能具有解決問題的信心。簡單說，解題能力是指學生在學數學與做數學時所用以思考及推理的方式。具體而言，這個能力的內

涵包含：

- (1)能解決數學學科及其他情境所引發的問題。
- (2)能應用與採取不同的策略解題。
- (3)能監控與反思數學的解題過程。

學生若具有解題的能力，則面對問題時他們會進行：

- (1)了解一個問題的特性（了解一個問題，能用自己的話說明問題）。
- (2)探究（畫圖、建立模型、表格、記錄資料、觀察類型）。
- (3)選用一個適當的策略（嘗試錯誤，試著用簡單或類似的問題來做，往回推測，猜測並檢驗，估計答案）。
- (4)解題（運用正確的解題策略解題）。
- (5)回顧、修正及擴散（檢驗答案的合理性，探索與分析答案，形成規則）。

## **六、溝通能力**

近來教育界開始重視教與學中的語言過程 (linguistic processes)，即重視語言在教學內容與情境中所扮演的角色，Cazden (1988) 甚至認為熟練學習內容即熟練語言。另外，溝通能力也應包括數學語文的表達，學生要能寫出邏輯清楚的數學敘述與文句。

學生若具有數學的溝通能力，則面對問題時，他們會表現出：

- (1) 能使用適當的數學符號及名詞。
- (2) 能提出質的說明。
- (3) 能清楚地溝通概念、想法及反思。
- (4) 能使用多重數學表徵（模型、圖片、表格、圖形）。
- (5) 能寫出邏輯清楚的數學文句。

## **七、使用科技工具能力**

在每一個學習計算的階段，在學生熟練某種數的運算並建立估算能力之後，可以使用數字計算器，以節省計算時間。在高中階段，學生應練習使用科學計算器，以減少繁瑣計算並解決較複雜的問題，如數學建模或其他學科上的數學問題。

## 附錄 A 十二年一貫之內容主題縱覽

九年一貫義務教育之數學課程綱要，標定五項主題。但我們認為第五項「連結」是能力而非內容。所以延續九年一貫之四項內容主題：數與量，代數，幾何，機率與統計，並在高中課程中新增兩項：函數與數學分析，構成 12 年一貫的數學學習主題與內容架構。其中函數是呈現樣式規律及量與量關係的重要觀念，應由小學開始適當鋪陳，並在高中正式學習。

### 1. 數與量

人類透過「計數與測量」來量化客觀世界；發明抽象符號「數」來記錄計數與測量的結果；透過數據的分析並建立數學模型來表徵客觀世界、認識現實世界。數學教育便是讓學生學習人類這項文明進化的經驗。

在小學階段，學生學習測量日常生活常用的基本量，包括時間、長度、角度、面積、體積、質量、容積等。在中學階段，在物質科學領域裡，學生學習速度、密度、濃度等引申的量；在社會科學領域裡，學生學習人口、生產成本等經濟的量；在生命科學領域裡，則有族群數等量。我們所度量的客觀世界，由生活的周遭發展到微小的奈米世界以及廣闊的天文世界。

在數學裡，我們常將測量的物件分類成離散量與連續量。自然數是表徵離散量的符號；十進位記數法是人類記錄自然數的通用方法。連續量的測量是透過一單位量作間接比較，這是引進「分」的概念的一個動機。「分數」是記錄「分」的結果的符號。十進位記數法也可以延伸為小數來表徵分數。

好的量感是一個人的重要資產。量感的培養在小學階段十分重要。學生應經過實測、步測、目測等方式建立公分、公尺、公里等單位長度的感覺。並可經由目測進行日常生活所常見長度的估測。同樣的，時間、角度、面積、體積、容積、重量、速度、頻率等，也應有相類似之量感的訓練。

好的數感亦是一個人的重要資產，這包括位值轉換的能力與數的估算的能力。位值轉換能力的培養應結合不同單位的量感的培養，如感受一平方公尺與十平方公尺、一百平方公尺大小的差別。估算的訓練包括求取概數（有效位數的掌握）、個位數的心算等訓練。估算的能力使人能以最快的方式估計答案的合理性。

數與量主題的四個重點為：(1) 計數，(2) 測量，(3) 數的運算，(4) 立算術式與解算術題。已在 92 年九年一貫數學課程綱要中詳述。進入高中之後，正式處理有理數的小數特徵（有限或循環），並初步介紹實數。在實數之外，並引進了複數。在選修數學中介紹複數平面，並與幾何連結。

### 2. 代數

代數是以文字、符號、函數等抽象的方式處理量與量的關係，代數也建立方程式（如代數方程式、不等式）、抽象體系（如數系、向量空間）等數學模型來了解現實世界，從而解決現實世界的問題。小學的算術問題到中學時經由代數的處理，

變得十分簡單，這顯示了抽象化的威力。高中所學的坐標幾何以代數方法處理平面幾何的問題，十分有效率、有系統；代數的學習亦要掌握具體實例，以堅實學生抽象化的基礎，避免流於形式。以下是我們認為代數主題的三個重點：

(1) 能以文字、符號處理數及其運算  
學習的順序為

乘法公式	8 年級
簡單多項式及多項式乘除	8~9 年級
二次多項式之因式分解	8~9 年級
簡單分式	8~9 年級
多項式(含三次以下因式分解)	10 年級

乘法公式應以面積導引學生學習。作為基礎教育，不需最高公因式及最小公倍式。

(2) 建立方程式或不等式等數學模型，並發展各種方程式化簡及求解技巧，以解決現實世界的問題。方程式的解法有下列技巧：

- a. 化簡的技巧：同項合併、展開法、提公因式法、化為標準式(如配方法)等
- b. 求解的代數方法：移項法則、代入法、消去法
- c. 求解的分析方法：勘根定理及牛頓迭代法等。

方程式的學習順序為

一元一次方程式	6~7 年級
一元一次不等式	7~8 年級
二元一次聯立方程式	7~8 年級
一元二次方程式	8~9 年級
一元二次不等式	10 年級
多項式方程式及不等式（三次以下）	10 年級
簡單分式方程式(分母為一次)	10 年級
三元一次聯立方程式	11 年級
二元一次聯立不等式	11 年級

(3) 建立抽象體系或模型（數系、向量空間），並研究其結構，以表徵現實世界。數學模型與抽象體系的學習，要注意與現實世界結合，這樣才不會失去抽象化的目的。而學習了抽象體系的多方面的應用，才會體驗到數學的普遍性與本質性。學習的順序為

數系(整數、有理數及實數)	10 年級
複數(多項式方程式的根)	10, 12 年級
平面向量 (內積、直線)	11 年級
空間向量 (內積、外積、平面)	11 年級

### 3. 幾何

幾何課程的目的是認識空間與形體，並加以量化。幾何的基本形體有三角形、矩形、圓形、長方體、球體等，基本形體的構成要素為邊、角、面等。幾何量有長度、角度、面積、體積。幾何性質有：垂直、平行、全等、相似、對稱，以及基本形體（三角形、四邊形、圓形）的個別性質。

綜合 92 綱要與 95 暫綱，幾何課程可概分為操作幾何（1~8 年級）、推理幾何（9 年級）、坐標幾何（10~11 年級）。

(1) 操作幾何：是指分割、拼合、裁補、變形變換（平移、伸縮、旋轉、鏡射），以及立體模型的展開、組合及等，操作方法有繪圖、剪紙、摺疊及電腦繪圖。在操作過程中，培養學生空間想像的能力、掌握在操作過程中幾何量的變化、以及非形式之推理。

(2) 推理幾何：這部分是以幾何圖形為媒介，提供形式推理的訓練。以下提出一些可能的作法。

a. 了解證明的含義：

- (a) 理解證明的必要性。
- (b) 通過具體的例子，了解定義、命題、定理的含義，會區分命題的條件（假設）和結論。
- (c) 結合具體例子，了解逆命題的概念，能識別兩個互逆命題，並知道原命題成立其逆命題不一定成立。
- (d) 通過具體的例子理解反例的作用，知道利用反例可以說明一個命題是錯誤的。
- (e) 通過實例，體會反證法的含義。
- (f) 掌握用綜合法證明的格式，體會證明的過程要步步有據。

b. 掌握以下基本事實，作為證明的依據：

- (a) 一條直線截兩條平行直線所得的同位角相等。
- (b) 兩條直線被第三條直線所截，若同位角相等，那麼這兩條直線平行。
- (c) 若兩個三角形的兩邊及其夾角（或兩角及其夾邊，或三邊）分別相等，則這兩個三角形全等。
- (d) 全等三角形的對應邊、對應角分別相等。

c. 利用 b 中的基本事實證明下列命題：

- (a) 平行線的性質定理（內錯角相等、同側內角互補）和判定定理（內錯角相等或同旁內角互補，則兩直線平行）。
- (b) 三角形的內角和定理及推論（三角形的外角等於不相鄰的兩內角的和，三角形的外角大於任何一個和它不相鄰的內角）。
- (c) 直角三角形全等的判定定理。
- (d) 垂直平分線性質定理及逆定理；三角形的三邊的垂直平分線交於一點

(外心)。

- (e) 三角形中線定理：三角形三中線交於一點（重心）。
- (f) 等腰三角形、等邊三角形、直角三角形的性質和判定定理。
- (g) 平行線截比例線段性質及判定定理。

(3) 坐標幾何：建立平面及空間的坐標系，以方程式表徵平面及空間中基本的幾何圖形，並進行推理與相關幾何量的計算。幾何的學習可與其他學科相呼應，比如物理科的拋物運動。

a. 平面上的基本幾何圖形為直線、三角形、圓與圓錐曲線。學生要學會直線、圓及圓錐曲線的代數表徵方式，其中圓錐曲線基本上侷限在標準式。

b. 三角形的學習內容為直角三角形的角邊關係及一般三角形的角邊關係，即正弦、餘弦定理。

c. 極坐標是以觀測者為中心，標示平面位置的自然方式，也是表現圓的有效方式，而圓則是幾何與物理的基本要素。

d. 平面上的線性變換（平移、伸縮、旋轉、鏡射）是操作幾何及坐標幾何的重要內涵，可將幾何問題標準化。

坐標幾何的學習順序為

坐標圖與方位圖（數對的描點及八方位的認識）	5~6 年級
直角坐標系	7 年級
線性函數圖形	7 年級
直線初步(含點斜式)	8 年級
勾股定理及距離公式	8 年級
直角三角形角邊關係（三角比）	11 年級
一般三角形的角邊關係( 含正弦餘弦定律、面積公式、三角測量)	11 年級
直線（含參數式）	11 年級
圓（含標準式及參數式）與極坐標(含坐標轉換)	11 年級
圓錐曲線（標準式）	11 年級
平面向量、內積和角度	11 年級
空間中的直線與平面（法線式）	11 年級
二元二次式的標準化	11 年級

#### 4. 機率統計

生活上的機率語彙會出現，如樂透中獎的機率、下雨機率等等，學科裡如遺傳學、經濟學、物質科學都需要很多機率的觀念。又，在物質科學、生命科學、社會科學都有許多情境均可以量化，統計提供一套思想與方法，讓我們能讀出背後的數學規律。由於資料中常有雜訊或由於我們只採少許統計樣本，因此也需要機率的思想，提供我們統計量的機率意涵。

簡單的離散機率（古典機率）為許多學科的共同需求，安排在 9~10 年級完成。學習離散機率所需要的排列組合，也應在 10 年級學習，但內容不宜太深。

簡單機率	9 年級
統計概念（平均數、四分位數）	9 年級
簡易排列組合，含計數原理（加法、乘法、排容），組合與二項式定理	10 年級
機率 I：樣本空間與事件、機率的定義與性質、獨立事件與條件機率	10 年級
統計 I：一維與二維數據分析	10 年級
機率 II：隨機變數、數學期望值、變異數與二項分配	12 年級
統計 II：抽樣調查、常態分布、信賴區間與信心水準	12 年級

## 5. 函數

數學探索樣式的規律性，簡單的規律性常以數列的方式呈現，而一般兩量的關係常以函數方式表徵。

(1) 數列：

- a. 數列視為一種離散型函數，舉例來說：表徵離散的時間序列，逼近未知的物件（極限），密碼或編碼序列等。
- b. 等比數列是作為指數學習的先備經驗，而一般級數及數學歸納法則是作為學習分析的先備經驗。
- c. 數列學習順序的建議：

數列樣式的規律性	5~6 年級
等差數列與級數	8~9 年級
等比數列	10 年級
有限項的等比級數	10 年級
數學歸納法	10 年級
數列的極限、無窮等比級數	12 年級

(2) 函數：以抽象方式表徵量與量的關係，並以關係、數列、公式、函數等方式呈現；函數是表徵兩量關係的基本語言。

- a. 函數概念的建立需要較長的時間鋪陳，一種可能的鋪陳步驟為：
  - 觀察樣式規律性
  - 列表記錄測量所得之兩量，這是建立自變量與應變量的前置經驗。
  - 以繪圖方式呈現兩量關係的規律性
  - 未知量的推測

- 公式與函數模型的建立
  - 以方程式呈現兩量關係
- b. 基本函數的學習，應以函數作為表徵現實世界中量與量的關係的根本動機：
- 線性函數是表徵兩量成正比的關係
  - 二次函數是用來表徵長度與面積、落體運動中時間與距離的關係
  - 有理函數可以用來表徵反比現象，如重力與距離的關係。
  - 指數函數可用來表徵細胞分裂、考古中所用的碳-14 的衰減、藥物在人體內殘留量的變化等。
  - 對數函數可以用來表徵量的等級（地震強度、星星亮度）與簡化運算
  - 三角函數可以用來表徵聲波、光波的現象。
- c. 基本函數可透過簡單的變數變換，將一般基本函數化為標準式。比如二次函數可經過平移消去一次項（配方法）。
- d. 函數的操作包括四則運算、合成、反函數等。由此可延伸出多樣的函數來表徵具體世界。這部分之學習應落實到具體之應用，避免流於形式。
- e. 函數圖形的繪製是培養學生「函數感」的重要歷程；而「函數感」是指對於
- i) 函數的圖形特徵
  - ii) 這些特徵所對應的現實意涵
  - iii) 以其作為數學模型的典型問題
- 這三者的綜合認識。首先要經過描點，其次可學習操作電腦繪圖，再來是要由圖形的特徵讀出函數在現實世界中之特別意涵，以及應用它們的典型問題。例如：
- a) 一次函數圖形的特徵有斜率和截距，典型應用是作為等速運動的模型，斜率的正負值在數學內部對應漸增或漸減性質，在典型問題上則代表運動的方向。
  - b) 二次函數的特徵包括頂點坐標、開口方向和開口寬度，其典型應用是等加速度運動，又特別如自由落體和拋射；在數學內部，頂點和方向對應極值和值域，開口寬度對應曲率，在典型問題上，則對應加速度與運動的最高點。
  - c) 三次函數首度展現反曲點，亦即加速度的變化對應曲率的變化。其特徵在數學內部為重根的次數，表現在圖形上就是在零點附近「扁」的程度。
  - d) 上述低次多項式函數或幕函數的具體經驗，全部在高三選修數學（甲或乙）II 透過微積分的學習而統整起來。
  - e) 指數函數的特徵是恆正、單調與向上彎，典型應用問題是按比例成長或衰退，而指數與對數函數則構成反函數的具體經驗。
  - f) 正弦函數的特徵有震幅、週期或頻率、平均值或平衡點以及相位差，典型應用問題是週期性現象，並用來描述所有的波動現象。

函數的學習順序為

一次函數鋪陳	7~8 年級
一次函數	10 年級
二次函數鋪陳	8~9 年級
二次函數	10 年級
多項式函數	10 年級
指數與對數函數	10 年級
三角函數	11~12 年級
根式函數	12 年級
函數的定義、合成函數	12 年級

### 6. 數學分析：

微積分涵蓋的範圍很廣，高中只能涵蓋一部份，比如說多項式微積分。用微積分基本定理及牛頓法來展現微積分的威力。同時我們建議應廣泛開放高中生到大學選修微積分。

## 附錄 B 數學課程綱要文件之勘誤與修正

### p.51, line -15

原文：

$$\sqrt{x^2 + x^{-2} + 2} = x + x^{-1}$$

修正：

$$\sqrt{x^2 + x^{-2} + 2} = |x + x^{-1}|$$

### p.54, line -17

原文：

- 勘根定理：…求  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$  的實根。

修正：

- 勘根定理：…求  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$  實根之近似值。

### p.56, line -10

原文：

表尾差與內插法的概念相同，但內差法的適用範圍廣泛，故刪除表尾差…

修正：

表尾差與內插法的概念相同，但內插法的適用範圍廣泛，故刪除表尾差…

### p.60, line -3

原文：

- 數據分散的趨勢：標準差： $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \left( \sum_{k=1}^n (x_k - \mu)^2 \right)}$ 。

修訂：

- 數據分散的趨勢，如標準差： $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \left( \sum_{k=1}^n (x_k - \mu)^2 \right)}$ 。

### p.77, line -3

原文：

- 二項分布  $C_k^n(p)^k(1-p)^{n-k}$ ， $p=0.4$ ， $n=100$ 。

修訂：

- 二項分布  $C_k^n(p)^k(1-p)^{n-k}$ ，例如  $p=0.4$ ， $n=100$ 。

**p.77, line -2**

原文的常態分布函數漏了  $\sqrt{\pi}$  。

修正：

- 常態分布  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ ,  $\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)}, e = 2.718\dots$ ，常態分布可介紹它的表示法。

**p.82, line 3**

原文：

- 二項分布  $C_k^n(p)^k(1-p)^{n-k}$ ， $p=0.4, n=100$ 。

修訂：

- 二項分布  $C_k^n(p)^k(1-p)^{n-k}$ ，例如  $p=0.4, n=100$ 。

**p.82, line 4**

原文的常態分布函數漏了  $\sqrt{\pi}$  。

修正：

- 常態分布  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ ,  $\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)}, e = 2.718\dots$ ，常態分布可介紹它的表示法。

## 附錄 C 補充說明所針對的原提問或原議題

本附錄條列此補充說明文件之討論與編寫期間，透過公聽會、焦點座談、意見蒐集網站、數學學科中心及國立編譯館所獲得的提問或議題，並指出本文件中做出補充說明的位置。

1. 數學 I 在指數中提及等比數列與等比級數，或許原意只是讓學生體會其應用，但該名詞在國中並未提及，建議刪除。  
補充說明：5.6 第 14 項。
2. 數學 IV 中矩陣的應用，對於第一次接觸矩陣的同學，光是要熟悉符號的操作就已經分身乏術，還要再跟變換做聯結，而且數學 IV 的章節過多，在教學時可能會時間不足。會很吃力。  
補充說明：5.6 第 2 項。
3. 所謂螺旋式的教材設計其優缺點為何？可否針對研究的結果向老師說明，並提醒使用此類教材的國家其面臨的問題是什麼？教材通常會顧及其一致性，此一致性不僅是教材內容，也包括教材編寫方式，如果學生在國中小階段所接受的數學仍屬於塊狀設計，那突然到高中改為螺旋式是否適當？  
補充說明：第六章第 8 段。
4. 數學 I, II, III 都有三個主題，唯數學 IV 有四個主題，在學校的定期評量中建議如何分段？  
補充說明：5.5 第 2 段。
5. 單位圓的坐標為 $\dots$ ，易推得正弦、餘弦的補角關係。是否為"易推得正弦、餘弦的"餘"角關係"？  
補充說明：5.6 第 20 項。
6. 單位圓的坐標為 $\dots$ ，易推得正弦、餘弦的補角關係。是否為"易推得正弦、餘弦的"餘"角關係"？  
補充說明：5.6 第 20 項。
7. 根據新課綱之核心能力，允許學生於學習及評量中，適當地使用科學計算器；如果在課堂上引導學生使用計算器，在全國性的測驗中，是否也允許使用計算器？  
補充說明：5.4。
8. 複數的乘法，使用分配律乘開不是比較易了解嗎？為何要使用直接規定？  
補充說明：5.6 第 11 項。
9. 數學宜附加數學演習課，明確定出無論選修必修，要求開設。  
補充說明：5.1。

10. 數學甲或數學乙，既是高三的數學課程，宜改成必修或必選，在課程安排上應更有彈性。  
補充說明：5.1。
11. 高一學生困惑於何必區分零多項式和零次多項式。  
補充說明：5.6 第 5 項。
12. 反證法與窮舉證法都已經弱化，為何獨厚僅少數學生能夠領悟的數學歸納法？  
補充說明：5.6 第 1 項。

(本附錄尚未完成，請委員們檢查前面的主要內容即可。)