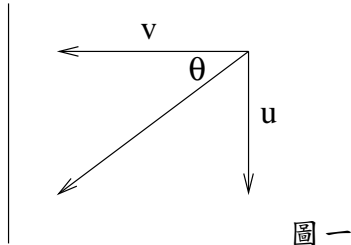


雨中行車

若你駕駛一輛擋風玻璃與地面垂直的吉普車欲從甲地到乙地，此時天正下著雨，假設所有雨滴皆以速度 u 垂直落下，且均勻的分布在空氣中，請問你是該開的快一點或是慢一點，才能使落在擋風玻璃的雨水總量最少？

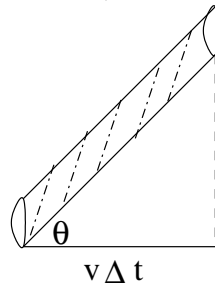
解：



圖一

假設每立方公尺中有 α 克的雨水，若車子以速度 v 前進，以車子為標準座標來看，則雨水以水平速度 v ，垂直速度 u 朝車子而來，假設速度與水平夾角 θ ，則對單位面積的擋風玻璃來說，在 t_0 到 $t_0 + \Delta t$ 間，落在其上的雨水正好是 t_0 時，單位面積上高為 $v \cdot \Delta t$ ，傾斜角度 θ 的圓柱內的水(如圖二)

圖二



總共有 $1 \cdot v \cdot \Delta t \cdot \alpha$ 克，所以單位時間內單位面積所接收的雨水為 $v \cdot \alpha \frac{\text{g}}{\text{m}^2 \cdot \text{sec}}$ ，若甲到乙地距離 l ，擋風玻璃總面積 A ，則從甲以等速 v 開車到乙擋風玻璃所接收的雨水共有

$$v\alpha \cdot A \cdot \frac{l}{v} = \alpha Al$$

為一常數，與 v 無關。

若並非以等速行車，結果又會是如何呢？假設 v 為 t 的函數，寫成 $v(t)$ ，單位時間內單位面積接收的雨水為 $v(t) \cdot \alpha$ ，假設在 t_0 時間後從甲到達乙，則 $\int_0^{t_0} v(t) dt = l$ 。則從甲到乙所接收的總雨量為 $\int_0^{t_0} v(t) \alpha A dt = \alpha A \int_0^{t_0} v(t) dt = \alpha Al$ 依然是一個常數，與 v 無關，也就是說不管怎麼開，落在擋風玻璃上總雨量都是固定的。