

臺灣大學數學系

八十六學年度博士班入學考試題

代數

[\[回上頁\]](#)

1. $M_2(C) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in C \right\}$, $T \in M_2(C)$, $T = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$

定 $\varphi : M_2(C) \rightarrow M_2(C)$, $\varphi(A) = T \cdot A$.

求 φ 的 Jordan canonical form.

2. 求 $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \vdots & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & \lambda \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda & 1 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & \vdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\lambda \neq 0$ is Jordan canonical form.

3. 求證: 方陣 A 和 tA (即 A 的 transpose) 相似 (similar), 即存在 U 使 $A = U^{-1} {}^tAU$.

4. $Z[X] = \{ \text{整係數單變數多項式} \}$, 請找出 $Z[X]$ 的所有 prime ideal.

5. permutation $\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ a_1 & a_2 & \dots & a_n \end{pmatrix}$ 可以變成 $\tau_1\tau_2 \cdots \tau_l$, 其中 τ_i, τ'_i 都是 transposition,

若 $\tau_1\tau_2 \cdots \tau_l = \tau'_1\tau'_2 \cdots \tau'_m$

求證 $l \equiv m(2)$, 即 l 與 m 同時為奇數或同時為偶數.

6. $f(x)$ 為有理係數的 Galois group.

[\[回上頁\]](#)