

作品評語

游森棚教授
國立台灣師範大學數學系

將一個正整數 n 寫成若干個正整數之和 (順序不計), 稱為 n 的一個分割 (partition), 每個正整數稱為此分割的一個部分 (part)。例如 $5 = 2 + 2 + 1$ 的這個分割中, 有三個部分, 分別是 $2, 2, 1$ 。

此篇作品中作者考慮了兩個有限制條件的分割問題。第一個問題的限制條件是 ”分割中恰有 k 個部分, 且任意兩個部分差距要不小於 d ”。第二個問題的限制條件是 ”分割中恰有 k 個部分, 且最大 part 不超過 M ”。核心的問題是: 在兩種限制條件下, 分割分別有幾種方法?

在兩個問題中, 作者推導出遞迴公式試圖解決核心問題。並且對於幾個特殊的 k, d , 可以得到明確的分割方法數。此外作者亦觀察了第二個問題中, 固定特定的 k, M 時, 讓 n 變動, 所得到的分割方法數有單峰 (unimodal) 的現象。

整數分割的理論是橫跨組合數學與數論的核心主題之一, 歷來已經有非常多的研究, 目前在高等數學上關於整數分割仍有許多未解決的重要問題。整數分割的研究通常利用高等數學中的生成函數 (generating functions) 當作主要工具。文中的兩類問題都可以明確地寫出生成函數, 因此利用生成函數是可以導出本文中大部分的結果。

雖說如此, 但本文作者能夠用自己的語言與方式, 經由大量的實驗, 觀察以及思考得到一些結果, 研究的精神非常值得肯定。文中處理問題的想法雖然初等, 但是卻是寶貴的。一般來說, 學界對於組合結構的單峰性證明仍然沒有一勞永逸的方法, 本文是一個相當有意思的例子。倘若作者能維持對分割問題或數學的熱情, 經由高等數學的粹練, 未來的發展值得期許。