作品評語

張鎮華教授

國立台灣大學數學系

這篇文章主要在研究西瓦定理和孟氏定理的推廣。西瓦定理是說『給定三角形ABC及一點P，直線 AP、BP、CP分別交直線BC、CA、AB於D、E、F則$\frac{\overline{AF}}{\overline{BF}} \cdot \frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} \cdot \frac{\overline{CE}}{\overline{EA}} = 1$。』有趣的是，如果將西瓦定理中的點$P$『膨脹』成一個圓$\Gamma$，將三角形三頂點到$P$的連線換成三頂點到圓$\Gamma$的切線，也會有類似的結果，精確來說是『給定三角形$ABC$及一圓$\Gamma$，三頂點到圓$\Gamma$的切線分別交直線$BC$、$CA$、$AB$於$D_1$與$D_2$、$E_1$與$E_2$、$F_1$與$F_2$，則$\frac{\overline{AF_1}}{\overline{F_1B}} \cdot \frac{\overline{BD_1}}{\overline{D_1C}} \cdot \frac{\overline{CE_1}}{\overline{E_1A}} \cdot \frac{\overline{AF_2}}{\overline{F_2B}} \cdot \frac{\overline{BD_2}}{\overline{D_2C}} \cdot \frac{\overline{CE_2}}{\overline{E_2A}} = 1$。』值得注意的是，這是西瓦定理的一種推廣，因為當圓Γ『退化』成一點P的時候，就回到原來的西瓦定理。

這篇文章首先將上述結果中的圓再推廣到圓錐曲線，給了兩個證明，一個是純幾何的證法，還有一個是射影幾何的證法。觀其證明，只針對圓的情況解釋，其他圓錐曲線的證明說是方法類似。由於證法是引用布理昂雄定理，而這個定理對圓錐曲線成立，所以本文的證明是可以推到圓錐曲線。整個證明可以說是中規中矩，有相當成熟度。

比較細緻的部份是，將三角形推廣到多邊形，也有類似但巧妙的等式，整個推導也是十分精彩。此外，這篇文章也平行地處理了與西瓦定理對偶的孟氏定理，獲得不錯的結果。最後，更將二維的定理推廣到三維，一樣有成功的結果。

整體來說，這篇文章得到的結論不錯，所使用的手法相當細緻，是一篇優良的文章。