

# 作品評語

張鎮華教授  
國立臺灣大學數學系

這篇文章主要在研究由郵票問題衍生出來的 IC 著色問題，也就是對於一個圖  $G$ ，將其每一個點賦與一個正整數、其總合為  $s$ ，使得任意介於 1 和  $s$  之間的正整數  $k$  都會有  $G$  的連通子圖、其所有點所被賦與的數的總合是  $k$ 。圖  $G$  的 IC 指數  $M(G)$  就是滿足上述條件的最大可能的  $s$ 。一般而言，縱使是很簡單的圖，它的 IC 指數都不容易求得精確值，大部分的結果是上界及下界。這篇文章主要針對直線圖、環形圖、雙線圖、輪形圖、接近完全圖等圖類來探討其 IC 指數。

這篇文章首先探討直線圖  $P_n$  的 IC 指數，以前人得到的最好結果是  $(n^2 + 8n - 8)/4 \leq M(P_n) \leq n(n+1)/2$ 。這篇文章用了精巧的計算，將下界大約增加  $n/4$ ，也就是  $(n^2 + 9n - 52 + t_n(t_n - 3))/4 \leq M(P_n)$ ， $n = 4s + t_n$ 、 $0 \leq t_n \leq 3$ （這裡的  $t_n$  相當於文中的  $r_n + 3/2$ ）。對於上界，經由論證更得到：如果  $M(P_n) = an^2 + bn + c$  的話，就會有  $a \leq 1/4$ 。也就是，漸進來說，下界和真正的答案只有  $O(n)$  的誤差，這是一個很不錯的結果。

接下來，探討環形圖  $C_n$  的 IC 指數，以前人得到的最好結果是  $(n^2 + 2n - 1)/2 \leq M(P_n)$ 。這篇文章將下界大約增加  $5n/2$ ，也就是  $(n^2 + 7n - 58 + t_n(t_n - 3))/2 \leq M(P_n)$ ，其中  $n = 4s + t_n$ 、 $0 \leq t_n \leq 3$ （這裡的  $t_n$  相當於文中的  $r_n + 3/2$ ）。其他如雙線圖、輪形圖、接近完全圖等圖類的 IC 指數，也都有比前人更好的改進。

整體來說，這篇文章得到的結論不錯，所使用的手法相當細緻，是一篇優良的文章。