

作品評語

陳俊全教授
國立臺灣大學數學系

當我們要隨機抉擇事情時，擲骰子或擲硬幣是常用的重要的方法。到底落地後哪一面會朝上？骰子和硬幣是否公平？這些問題總讓人覺得神祕無比。本作品採取更廣泛的角度來研究這些問題，探討骰子為多面體且重心落於不同位置時，骰子各面出現之機率分佈。

由於擲骰子是非常複雜的物理過程，為了獲得有意思的結果，做一些合理的假設是必要的。作者假定從骰子重心向任一面作垂線，其垂足都落在該面上；也假定地面的黏滯性無限大，骰子著地後即貼在地上，不受骰子面與地面不平貼時產生力矩的影響，同時擲骰子時對骰子各方向的抓握機率也視為相同；至於骰子運動中的旋轉，因為會有各種的旋轉角度，因此假設它們的效應會互相抵消。在這樣的假設下，骰子各面出現之機率計算可以化簡成該面立體角大小之計算。更精確的說，每個面的機率就等於該面立體角除以 4π 。本作品大部份的篇幅，即專注於使用球面幾何，計算不同種類多面體，其各面對應之立體角。作者首先討論正 n 角柱體、正稜台及角錐柱體，觀察各面機率如何隨高度及重心的改變而變化；也比較圓柱體厚薄不同時，機率的增減變化，看看立體的骰子模型，是否能更進一步逼近描述投擲硬幣的現象。接著，作者考慮如何產生公平骰子的問題，以及各種幾何操作所產生的新骰子。作者發現將正多面體適當截角，利用截角大小和機率的關係，就可以找出不等面的公平骰子；將正多面體藉由面心及稜線中心延長來增加頂點，依照適當的規則，也可產生等面的公平骰子；將正八面體及正二十面體的部份頂點向外接球半徑方向延伸，可產生相同頂點數的不等面公平骰子。至於要產生指定機率的骰子，則可以經由控制正多面體面心延伸再截角時的深度來達到。作品中也探討骰子多面體在對偶變換，以及截半、扭稜等其他作用下機率分佈的改變。

本作品對立體角之探討計算，十分細膩深入，並將所獲得結果應用於骰子機率分佈的研究，精確分析了許多有趣現象。其內容份量頗為可觀，是極佳難得的科研作品。在研究中，作者已顯示其對球面幾何的熟稔，若將來要做骰子機率進一步的探討，可以考慮多結合一些數學、物理概念(比如群論，統計力學等)，使內容更加豐富。