

作品評語

張鎮華教授
國立臺灣大學數學系

這篇論文是在研究，對於給定的 p 種不同文字 A_1, A_2, \dots, A_p ，這些文字滿足某種條件的三種排列的個數： $\ell(n)$ 表示 n 個文字的直線排列數、 $f(n)$ 表示 n 個文字的位置有編號的環狀排列數、 $c(n)$ 表示 n 個文字的環狀排列數。所給定的條件分成兩種： p 種文字的任一種最多只能有 m 個相連、 A_1 這種特殊文字最多只能有 q 個相連。所以總共有 6 種問題。

針對問題，論文首先推導出函數的遞迴關係，再用生成函數的方法解出公式。以求 $\ell(n)$ 、而 p 種文字的任一種最多只能有 m 個相連為例，借由定理 1 ~ 4 的幫忙，定理 5 推導出 $\ell(n)$ 的遞迴關係： $\ell(n) = p^n$ ($1 \leq n \leq m$)、 $\ell(n) = (p-1) \sum_{k=1}^m \ell(n-k)$ ($n \geq m+1$)。接著定理 6 利用生成函數的方法解出 $\ell(n) = \sum_t^{[n/(m+1)]} (-1)^t (p-1)^{t-1} p^{n-(m+1)t} \left(\binom{n-mt}{t} p - \binom{n-mt-1}{t} \right)$ 。此外，也求出 $\ell(n)$ 、而 A_1 這種特殊文字最多只能有 q 個相連的情況。至於 $f(n)$ 和 $c(n)$ 則表示為 ℓ 的函數。在推導 $c(n)$ 時需利用 Burnside 引理。

這些問題雖然不是特別令人驚訝的問題，但是作者能利用生成函數及 Burnside 引理的技術來解題，過程仔細，雖然有些定理（例如定理 5 遞迴關係）的推導可以再簡化，但是重要的部份（例如定理 6 利用生成函數）的推導，展現出相當的技巧，比一般高中生更瞭解計數理論。整體來說，這是一篇優良的論文，值得推薦。