作品評語

許瑞麟教授
國立成功大學數學系

本件作品考慮 n 個棋子在 $n \times n$ 棋盤上的 permutation，是否存在 $k \times k$ 的空白子方陣。這個問題要有意思，就是 n 要儘量小，k 要儘量大，然後研究 n 最小(或 k 最大)的 "臨界點" 在哪裡。作者利用鴿籠原理證明 k 的最大值是根號 $n-1$ 的高斯符號。當 $n = k^2 + 1$ 時，任意 permutation 必定有 $k \times k$ 的空白子方陣。當 n 再小一些，等於 k^2 時，必定可以構造出一種 permutation，找不出 $k \times k$ 空白子方陣(某種程度上，可以想成這種 permutation 是最均勻分布在棋盤上)，作者並且證明這樣的 permutation 恰只有兩種。這幾個事實的證明，都不算困難，很容易可以從個數少的時候，觀察到一般性的結果。但接下來是比較有意思的地方: 在找不到 $k \times k$ 空白子方陣的 permutation，如果要求變得弱一點，變成找不到 $k \times k - 1 \times 1$ 的缺一格空白子方陣？ 此時 n 就可以再小一些。作者證明，當缺角可以在正方形任一角落時，n 要小到 $f_\alpha(k,1) = k^2 - k$， 才能保證找不到缺角空白正方形。若缺角被要求固定在某一角落，n 只能比沒缺角的 k^2 再小 $1(f_\beta(k,1) = k^2 - 1)$。這些推廣，大多需要不錯的數學觀察和功底，可以看出作者分析和邏輯推理能力相當不錯。但是，評審們會希望作者可以進一步解釋為何前者減去的數跟 k 有關，但是後者卻減去一個跟 k 無關的定值？ 也就是希望作者重新審視整個證明過程，嘗試看透自己證明手法為何會成功的核心理由，而不是僅僅 "證明完畢" 而已。如果可以在作品裡面剖析所得結果的合理性，會讓整件作品的成熟度更高，當然成績也會更好。