

作品評語

陳俊全教授
國立臺灣大學數學系

當網路伺服器的系統發生故障或者被入侵時，如何靠著感應器在第一時間找出故障或有問題的伺服器，是非常重要的課題。一個感應器不僅監控所在的伺服器，也能夠監控它周圍連接的伺服器。到底最少需要幾個感應器才能監控整個伺服器網路？又如何置放感應器最有效率？這些有趣的問題，讓作者開始了本作品的探討。

數學上，作者將問題設定如下：系統中共有兩種伺服器，高級伺服器(黑點)及普通伺服器(白點)，一起構成 m 列乘 n 行的網格。高級伺服器上有感應器，每個感應器發出不同訊號，能偵測上下左右各一個單位的伺服器。作者假定高級伺服器不故障，黑點不必監控黑點，只要考慮黑點對白點的監控即可。目標是要用最少之黑點，而使得每個白點都受到來自周圍不同組合的黑點之監控。也就是說能夠以最少個數的黑點確定每一白點都受到黑點監控，並且當白點有問題時，可以以黑點的集合去確認哪一個白點出現問題。

當網格只有一列時，此問題已由 P. Slater 等人解決。本作品想進一步研究網格超過一列時更難的情形。非常成功地，作者獲得兩列及三列時，所需黑點個數之最佳解答。當有四列時，則給出黑點最少所需個數的上界。這些結果，都是數學上十分漂亮的定理。當網格為兩列或三列時，作者先找到一種規律排法來獲得最佳黑點數的上界。接著尋找最佳排法必須有的局部結構。當建立起夠多局部結構的引理後，很多非最佳排法被排除，最佳排法的整體結構則開始浮現。作者於是進一步利用將整個網絡化約為子網絡的方法以及運用規納法，論證之前所獲得的上界，其實也是下界，由此證明該上界即最佳解。網格為四列時，情況非常複雜，要獲得最佳解十分不易，因此，作者只給出了一個不錯的上界。作品的整個論證過程極為細膩有想法，是一件優秀成果。

作品可作改善的部份包括：使用的符號還可簡潔些，以增加可讀性。所選的題材十分有趣也有挑戰性，能鍛練解題能力，不過通常很難對一般網格給出有系統又完整的答

案。因此，能兼顧選一些會使用較深數學工具的題材，應當更佳。