

## 作品評語

張鎮華教授  
國立臺灣大學數學系

這篇論文起源於這樣的問題：將  $2^n$  顆棋子均勻的分佈在一個圓周上，棋子有些是黑色、有些是白色，如果相鄰兩顆棋子是同色，則在這兩顆棋子所在圓弧的中點上放一顆黑棋，異色則放上白棋，然後把原先的那  $2^n$  顆棋子拿走。可以證明，不論這  $2^n$  顆棋子顏色分布為何，經過若干次操作之後，一定可以讓所有棋子都是同一種顏色。

這篇論文首先將棋子數推廣到一般的正整數  $N$ ，這時候，經過若干次操作之後，並不一定可以讓所有棋子都是同一種顏色；不過，本論文先利用觀察、然後可以證明，各個階段操作後棋子的分布，呈現循環的現象，最後並能利用數論的一些基本性質，求出循環的最小週期。

接著，論文又由兩種顏色推廣到多種顏色。對於一般的  $r$  種顏色，顏色的名稱用  $0, 1, 2, \dots, r-1$  表示，如果相鄰兩顆棋子分別塗有第  $i$  色及第  $j$  色，則在這兩顆棋子所在圓弧的中點上放一顆塗  $(i+j) \bmod r$  色的棋子。本論文也能證明，各個階段操作後棋子的分布，呈現循環的現象，並利用數論的一些基本性質，求出循環的最小週期。

整體來說，這篇論文的作者有相當好的觀察力，能夠看出棋子分布的循環現象，並且能夠利用數論的一些基本性質、得到循環最小週期的結果，算是一篇值得推鑒的優良論文。