

# 陳彥瑜作品評語

許瑞麟教授  
國立成功大學數學系

機率其實是反應觀測者對一個系統的認知，因為訊息的不充分而產生的不確定性，給出一個量化的描述。多半，銅板正面反面出現的機率就被假定各為 0.5。

這樣的制式的設定，可以描述絕大多數“無心”或“中立”的旁觀者；但卻無法描述一個多疑的觀測者：有些人(特別是親自參加賭局的賭徒)會很認真的認為，要提防銅板可能有詐!

圓內弦長的分布，制式的描述是一致分配 (uniform distribution)。也就是觀測者對於通過圓內已知點的任一條弦，沒有特殊的偏好或看法 (indifferent)，因此任選一條弦的機率被假定是一樣的。就如同前面所述，機率是主觀的。因此對於“每一條弦出現的機率一樣”這樣的觀點，也一定會有不同的看法!

彥瑜的作品，利用高中就會學到的過圓內一已知點的弦長公式，給出一個不同於一致分配的反三角餘弦分配函數。再利用大學微積分的隱函數微分法則算出機率密度函數。然後利用 Law of total probability 把所固定的點的條件期望值依照距圓心的距離去積分，得出圓內任取一弦的平均(期望)長度。顯然這個平均長度和一致分配的弦長平均值是不一樣的。然而，由於反三角餘弦分配函數的公式頗為複雜，因此彥瑜利用離散的黎曼和去近似期望值(定積分值)，可以算出以反三角餘弦分配函數所求出的期望值大於以一致分配所求出的弦長期望值。

在高中科展作品，做機率類的比較少見。需要用到比較多的大學微積分工具同時對連續型機率密度函數之不易掌握應該是主因之一。彥瑜能夠想到用弦長公式構造出一個(新的)反三角餘弦分配函數，能夠學習並掌握微積分，並利用電腦做數值近似求解，已經具備有大專生專題計畫的水準，是相當的不容易。