

陳育婷作品評語

許瑞麟教授
國立成功大學數學系

大部分的數學科展作品，或取材於競賽試題的推廣；或研究遊戲規則與勝負關係；或做動態幾何曲線與圖形拼貼等等問題的探討。也就是說，大部分题目的來源幾乎都是來自課外，而且相當的“制式”。因此，當陳育婷同學以課本常見例題作為開頭，問出一些有意思且容易被忽略的問題，這個作品就給評審們耳目一新的不同感受。

這個問題原本很尋常：設點 P 在 $\triangle ABC$ 的內部且 $m, n, k > 0$ ，若 $m\vec{PA} + n\vec{PB} + k\vec{PC} = \vec{0}$ ，則 $\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB = m : n : k$ 。大部分的同儕看到這題目會反射動作似的想辦法把結論證出來，但育婷問說，給定 m, n, k 三個係數，一定會有 P 點滿足 $m\vec{PA} + n\vec{PB} + k\vec{PC} = \vec{0}$ 嗎？結果她發現只要是正 n 邊形，這樣的 P 點一定是存在且唯一的。不只如此，不同的 m, n, k 是有可能對應到同一個 P 點，而她也可以將所有對應到同一 P 的係數組合用參數表示出來。育婷也嘗試將 $\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB = m : n : k$ 推廣到正 n 邊形面積比，並試圖找出通式。雖然最後她只能做出一個特殊情形，但是卻發現一個更有趣的性質：只要是邊數是大於或等於五的正 n 變形，除了正六邊形外，不管 P 點位置為何(除去 P 點位在正 n 邊形的對稱中心)，面積比必為無理數比。這是一個若不看證明，直觀上很不容易想像到的結果。

與許多表面上看似獲得複雜結論但是仔細探究卻是老調重彈的科展作品相比，育婷的工作稱得上是清新的小品。這個獲獎作品反應一個數學上的品味：好的數學來自好的問題，及好的想法並獲致出人意表的結論。這可能比用大堆頭重機械的數學分析技巧，到頭來卻只獲致重點模糊不清的零碎結論要來的有意思。科展作品如果能夠回歸學校課程知識的深化，讓同學們知道如何就課程內容提出批判性省思的問題，哪麼不用太花俏的課外題目，照樣會做出亮麗的成果。