

蔡宗軒作品評語

姚美琳教授
國立中央大學數學系

在此篇作品中，蔡同學從對一個簡單的分點四面體的好奇心出發，將其概念推廣至 n 維單體中對任意 k 值之同比例分點，並有系統的且多面向的探討其各類相關性質。

首先，蔡同學發掘在不同維度間同比例分點之結構的關聯性，利用孟氏定理並以數學歸納法證明 n 維單體中對任意 k 值之同比例分點之存在性與唯一性。從一個單純的將分點四面體的概念推廣出發，能掌握其關鍵性質，獲致如此具有的一般性的結論，實屬難得。作品進而推導出分點單體與原單體之 n 維體積比，以及 $n = 2$ 時分點單體與原單體之邊長關係。文章更進一步地研究且描述在 $n = 2, 3$ 的情況下，比值 k 在實數域變動時同比例分點的軌跡，以及相關的外心及內心軌跡等，並得出二維同比例分點軌跡以及由二維同比例分點所形成的三角形的外心軌跡的精確描述，其證明亦多所巧思。此外，作品並分析同比例分點的等價命題以及分點單體與原單體間的相似性。從作品的證明部份亦可看出作者對該研究題目的數學思考十分深入，且能充份掌握其所使用的數學工具。

整體而言，蔡同學之作品所使用的數學工具俱在高中數學範圍內，然其觀察敏銳，能切中問題重點，數學論證及計算嚴謹有條理，研究結果具相當的完整性與多面性。該作品質與量兼備，是一篇令人印象深刻的好作品。