

# 作品評語

游森棚教授

國立臺灣師範大學數學系

一般來說，費波那契數列 (Fibonacci sequence) 模  $n$  後可證明其為週期數列。週期  $\pi(n)$  稱為  $n$  的皮薩諾週期 (Pisano period)。  $\pi(n)$  雖有諸多的性質，但是，給定  $n$ ，要直接決定  $\pi(n)$  的值，目前仍要倚賴於將  $n$  做質因數分解，且沒有直接的有效率的公式。

除了決定週期外，我們也可以看此週期數列的本身。事實上此週期數列還會呈現某些規律，歷來文獻中已有相當多的討論。

費式數列是二階的遞迴數列，本作品試著進一步討論高階數列的情形。作者楊承恩經過大量的實驗與觀察，也發現了類似的規律。作品主要的發展來自一個觀察：在一些情形下，高階線性遞迴數列模  $n$  所成的週期數列，其週期會被 0 分成若干等長的段落 (在作品中稱為均勻分割)。由此作者發展了一系列的判別法則，討論在哪些條件下會有這樣的現象，以及附帶的性質，結果可謂豐富，並自成一個小理論。

在各種數列中，線性遞迴算是初等的；數學上對線性遞迴數列的理解也堪稱透徹。二階線性與高階線性兩者互相類比，也必然有許多類似的結果。也因為百年來相關文獻太多，真正要有原創的結果並不容易，哪些是嶄新的結果也難以釐清，這一點是類似主題的研究較為可惜的部分。但承恩能夠舉一反三，旁徵博引，並用自己的方式整理並提出一套理論，是非常值得鼓勵的。期許承恩能秉持探索的精神，往更深更廣的數學領域邁進。