

作品評語

游森棚教授

國立臺灣師範大學數學系

本文研究的問題起源為《科學研習月刊》上提供給中小學生的一個開放探索問題：最少要用多少不重疊的角形，才能將黑白相間的 9×9 棋盤（左上角規定為黑色）的所有黑色方格遮住。

這一類的問題解決必須合併「估計」與「構造」兩個部分，且兩部分都是重要的：先想辦法估計出所要的結果大於等於 k ，然後真正構造出 k 是可行的。兩者合併起來就證明出 k 是最小值。作者採取的估計方法為數學歸納法，而構造為直接的設計。

解決了原始問題後，本文繼續考慮其他形狀的棋盤（菱形棋盤與階梯形棋盤），以及試圖討論高維度的情形，這也是科展常常採取的方式。對於菱形棋盤與階梯形棋盤，本文都做出了完整的解答。值得一提的是，雖然對於三維的立方體沒有完整的解答，但作者給了一個不平凡的猜測，如果能突破的話，應該有機會可以一路推廣到更高維的情形。整體來看是相當有意思的作品。

本作品一開始對於原始問題及其他形狀的棋盤，最小值的證明並沒有完整。但在複審及口試中，成功地將證明補全，從而完整地證明了所得的數字的确是最小值。此間展現出來的數學能力與論證能力，評審團給予高度的肯定。期許正芸未來能持續保持對數學研究的熱情，走向更深刻的數學世界。

拼圖（tiling）所引出的理論是困難的研究主題。不僅本身屬於組合數學與組合幾何的領域，也和統計物理、機率理論等其他數學分支有深刻的聯繫。這個領域已經有不少精彩的結果，更還留有許多未解問題等待突破。用較高的觀點來看，本文一開始的問題可視為拼圖的變形。傳統的拼圖問題是一個覆蓋問題：希望用拼片集合 T 來覆蓋目標集合 S 。而這個問題只要求用 T 來覆蓋 S 的某個部分集合就可以。因此以這個角度來看，這個問題還有很大的發展潛力，就有待有興趣的學者與學子繼續發掘。