

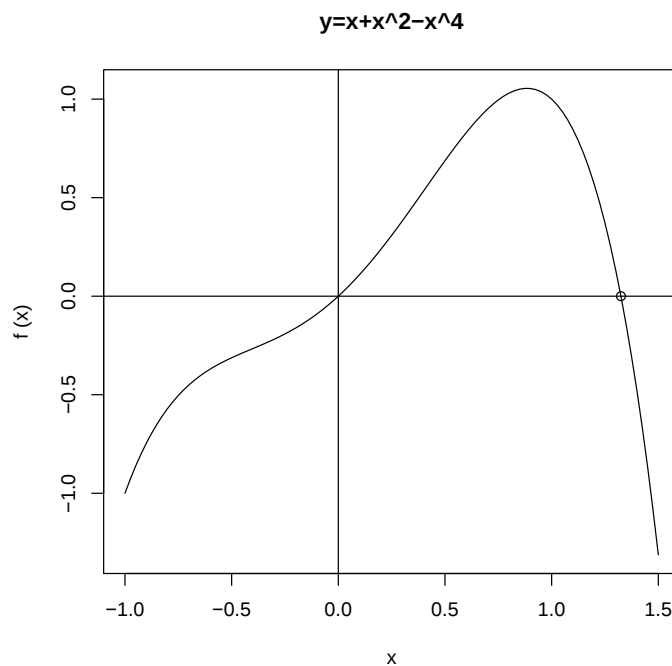


Figure 1: 5-4-45

Section 5.4

$$2. \because (x \sin x + \cos x + C)' = x \cos x + \sin x - \sin x = x \cos x$$

$$\therefore \int x \cos x dx = x \sin x + \cos x + C$$

$$10. \because [(v^2 + 2)^3]' = 3(v^2 + 2)^2 2v \text{ by chain rule}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{1}{6}(v^2 + 2)^3 \right]' = v(v^2 + 2)^2$$

$$\therefore F = \frac{1}{6}(v^2 + 2)^3$$

故積分函數為 $\frac{1}{6}(v^2 + 2)^3 + C$

$$17. \int (1 + \tan^2 \alpha) d\alpha = \int \sec^2 \alpha d\alpha = \tan \alpha + C$$

$$45. x + x^2 - x^4 = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ or } x = 1.3247$$

$$\text{Area} = \int_0^{1.32} x + x^2 - x^4 dx = \left. \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right|_0^{1.32} = 0.84$$

面積如圖：

51. $t=120$ 的單位為分, 所以對 $\text{rate}(t)$ 的 t 自 0 積分到 120 意義為最初 2 小時漏油的公升數。
額外思考: 若題目改為自 $t=120$ 積分至 $t=240$, 代表為第 3 小時剛開始的隨後兩小時漏油的公升數。

62. $\int_0^{10} r(t)dt = \int_0^{10} 200 - 4t dt = 200t - 2t^2 \Big|_0^{10} = 2000 - 200 = 1800(\text{liters}).$

66. Midpoint rule:

Consider $y = f(x)$ over $[x_0, x_1]$, where $x_1 = x_0 + h$. The midpoint rule is

$$\text{MP}(f, h) = hf(x_0 + \frac{h}{2}).$$

This is an numerical approximation to the integral of $f(x)$ over $[x_0, x_1]$ and we have the expression

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)dx \approx \text{MP}(f, h).$$

solution:

此題標準做法為 $\int_0^4 r(t)dt$, $t=0$ 至 3 的積分值為 positive, $t=3$ 至 4 的積分值則是 negative, 但問題是我們不知道真實的 $r(t)$ 函數。

若是應用 midpoint rule 於 $t=2$ 至 4 之間, $\int_2^4 r(t)dt \approx 0$.

至於 $r(t)$ 在 $t=0$ 至 2 間的高度取平均 1500 形成一個矩形來估計。

$$\text{所以 } \int_0^4 r(t)dt \approx \int_0^2 r(t)dt \approx 1500 \times (2 - 0) = 3000(\text{liters})$$

68. 因為我們知道 $s(\text{time})$ 與 $v(\text{velocity})$ 資料是離散點, 因此要利用 3-degree polynomial 去估畫出圖型 (如附圖。)

估計太空梭 125 秒後達到最大的高度沒有標準答案, 用程式跑出來約為 66923m

純粹用手算真的不好算, 此題的意義理解才是最重要的, 也就是速度為 s 的函數, 對速度 v 之 s 作積分為飛行的高度距離。

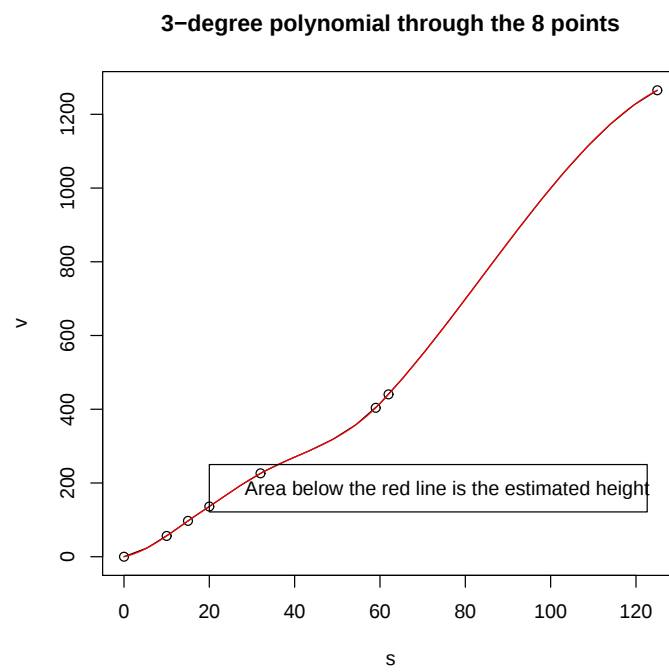


Figure 2: 5-4-68