

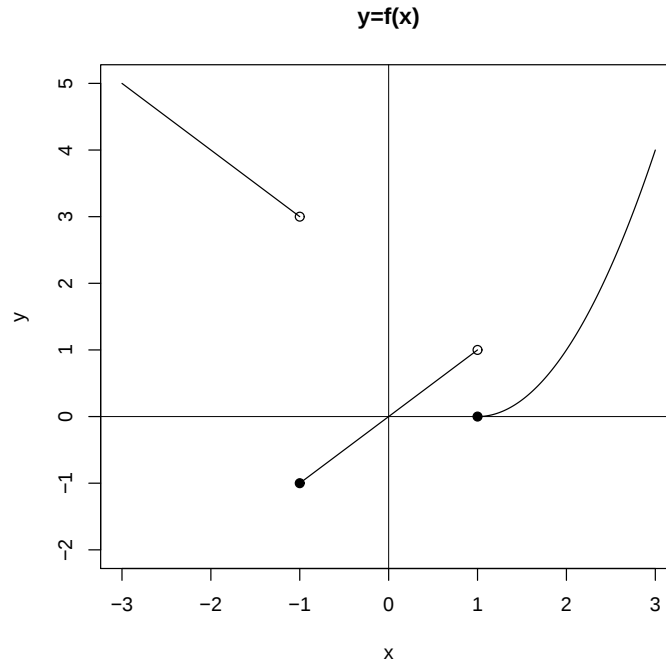


Figure 1: 2-2-12

Section 2.2

5. 左極限等於右極限, 則 limit 存在; 左極限不等於右極限則 limit 不存在。
(a.)2 ,(b.)3 ,(c.)does not exist ,(d.)4 ,(e.)does not exist.

6. (a.)4 (b.)4 (c.)4 (d.)does not exist($x=-3$ 時 h 沒有值) (e.)1 (f.)-1 (g.)does not exist
(左極限 $\neq$ 右極限) (h.)1 (i.)2 (j.)does not exist($x=2$ 時 h 沒有值) (k.)3 (l.)does not exist. (因為函數值會上下跳動)

8. 當 $x \rightarrow 2^+$ 或 $x \rightarrow 2^-$ 時, $R(x)$ 皆趨近於 $-\infty$, 但 $x \rightarrow -3^-$ 時, $R(x)$ 趨近於 $-\infty$, $x \rightarrow -3^+$ 時, $R(x)$ 則趨近於 ∞ 。
(a.) $-\infty$ (b.) ∞ (c.) $-\infty$ (d.) ∞ (e.) $x=-3, x=2, x=5$

12. 題目要找極限存在的點集合, 反過來, 我們先找出哪些點極限不存在, 也就是找出哪些點左極限不等於右極限, 圖形明顯會有斷掉的交接處。
所以由圖中可以看出, $x=-1$ 及 1 時, 函數極限不存在, 所以答案為 $\{x \in R \mid x \neq -1, 1\}$ 。

17. 題目要求 $x=2$ 的極限, 若將2帶入函數內會形成 $\frac{0}{0}$, 此若依題目, 就將 $x=2.5, 2.1, 2.05, 2.01, 2.005, 2.001, 1.9, 1.95, 1.99, 1.995, 1.999$ 依序帶入 $\frac{x^2-2x}{x^2-x-2}$, 並觀察函數值有什麼狀態; 但事實上, 函數上下是可以約分的喔。

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)}{(x-2)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x+1} = \frac{2}{3}$$

18. 將 $x=-1$ 帶入, 會發現分子為3, 分母為0, 觀察分母中 $x^2 - x - 2$ 函數圖型為拋物線開口向上, 頂點發生在 $x=\frac{1}{2}, y=-\frac{9}{4}$, 所以當 $x \rightarrow 1$ 時, 分母部分有可能 0^+ (x 從右邊趨近) 或是 0^- (x 從左邊趨近), 但是分子始終都靠近3(>0), 所以極限有 ∞ or $-\infty$, 所以極限不存在。
25. 當 $x \rightarrow 5^+$, 依序將 $x=6, 5.5, 5.3, 5.1, 5.01 \dots$ 帶進函數, 會發現分母部分往 0^+ 趨近, 極限為 ∞ 。
26. 當 $x \rightarrow 5^-$, 依序將 $x=4, 4.5, 4.9, 4.99 \dots$ 帶進函數, 會發現分母部分往 0^- 趨近, 極限為 $-\infty$ 。
27. 無論 $x \rightarrow 1^+$, 或是 $x \rightarrow 1^-$, 函數的分母部分皆為正的趨近0, 分子部分皆靠近1(>0), 所以極限為 ∞ 。
28. 當 $x \rightarrow 5^-$ 時, 分母部分 $x-5$ 為趨近 0^- , $(x-5)^3$ 也是靠近 0^- , 但分子靠近 e^5 (>0 , 非趨近0), 所以極限為 $-\infty$ 。
29. 當 $x \rightarrow -2^+$, 函數形式 $\frac{-2^+-1}{4(-2^++2)} = \frac{-3}{4(0^+)} = -\infty$ 。
30. $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \csc x = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{1}{\sin x} = \frac{1}{0^+} = \infty$ 。
31. $\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^-} \sec x = \lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^-} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ 。 $((-\frac{\pi}{2})^-$ 位於第三象限)。
32. 極限值為 $\ln(0^+) = -\infty$ 。