

1. (10%)求心臟線  $r = 1 + \cos \theta$  之弧長及所包圍之面積。
2. (10%)設  $f(x, y) = 2x^2 - xy + y^2 - 2x + y$ .
  - (a) 求  $f$  在點  $P = (0, 0)$  及方向  $\vec{u} = (\sqrt{3}/2, 1/2)$  之方向導數  $(\frac{df}{ds})_{\vec{u}, P}$ ?
  - (b) 在點  $P = (0, 0)$  處, 那一個方向  $\vec{v}$  的方向導數  $(\frac{df}{ds})_{\vec{v}, P}$  最大?
3. (10%)設  $(a, b, c)$  為曲面  $xyz = 1$  上之一點, 其中  $a, b, c > 0$ . 求由三座標平面  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  和過  $(a, b, c)$  之切平面所圍成之體積。
4. (10%)求  $\int_0^3 \int_{\sqrt{x/3}}^1 e^{y^3} dy dx$  之值。
5. (15%)求由球  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$  及圓柱  $(x - \frac{1}{2})^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}$  相交部份, 而在  $z \geq 0$  處之體積。
6. (15%)求  $f(x, y) = \frac{x^2}{2} - \sqrt{3}xy - \frac{y^2}{2}$  在  $x^2 + y^2 \leq 1$  上之絕對極大值及其發生之點。
7. (15%)設平面  $2y + 4z = 5$  與曲面  $z^2 + 4x^2 + 4y^2$  相交, 得曲線  $\Gamma$ . 用 Lagrange multiplier 法, 求在  $\Gamma$  上, 最靠近原點的點。
8. (15%)令  $z = f(x, y)$ , 而  $x = u^2 - v^2$ ,  $y = 2uv$ . 把  $\frac{\partial z}{\partial x}$  及  $\frac{\partial z}{\partial y}$ , 用  $u, v$  及  $\frac{\partial z}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial v}$  表示出來。
9. (15%) 設  $f(x, y)$  滿足  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y}$ .
  - (a) 求一個一次, 二次及三次的多項式  $f(x, y)$ , 滿足上述條件。
  - (b) 令  $u = x + y$ ,  $v = x - y$ . 求  $\frac{\partial f}{\partial v}$ .
  - (c) 由之結果, 你能對此  $f$  下什麼結論?