

# 談數理兼備的人材培育

陳宜良(台大數學系)

2005, 04, 23

## 一、數理兼備人材的需求

傳統上，數學和物理是一家。物理學家探索物質世界的規律性、建立數學模型、發展解決數學模型的方法，從而對物質世界有一根本的了解。數學家探索樣式的規律性、本質性、不同樣式間的共通性，從而建立理論架構，並發展數學方法，以對抽象世界作根本性的了解。由此看來，數學家和物理學家本質上是一樣的。數學的突破往往造成其他科學的連鎖突破，而科學的進展也一直都在催生各種新數學的發展。在傳統大英國協的體制裡，應用數學、力學、理論物理是放在同一個學系。在這種數學和物理交融的體制裡，過去孕育了許多數理兼備的科學家和數學家。許多重大的發明或突破，都是數理兼備的人才所促成。舉計算機為例，計算機發明的關鍵人物有二：Turing 與 Von Neumann。Turing 提出 Universal Machine 的概念，被尊稱為計算機科學之父。他在英國劍橋大學的那段時間，對邏輯、機率、量子力學均有深入之學習。Von Neumann 大學時是念化工系，研究所是念數學。他是現代電腦架構的提出者，也是計算科學的先驅。20 世紀計算機的發明，促成許多學門都在進行數量化的革命，特別是生命科學與社會科學。這些學門科學化的歷程也是遵循物理科學發展的模式：探索規律性、建立數學模型、發展理論架構。這個歷程，十分需要數學家和物理學家的協助與參與。又，在傳統科學與工程的領域裡，近 50 年來由於有了強力的計算工具，使得各學門所用的數學更加深化。這個數量化與數學深化的潮流促成了數學科學與計算科學的發展，也彰顯了數理兼備人材的普遍需要。

## 二、兩個國外的例子

要談我國數理兼備人材的培育，我們先看兩個外國的例子：

### (1) 法國培育數理兼備人材的模式

法國高等教育的學制如下：高中會考及格者進入普通綜合大學或技術學院就讀第一階段(相當大學一、二年級)，結業者獲頒大學通識文憑或科技文憑，第一階段結業生約有 57% 的學子繼續第二階段。第二階段第一年結業獲學士學位，第二年結業獲碩士學位。約 35% 持碩士學位者進入博士預備班，35% 博士預備班學生進入博士班(以上錄自駐法台北代表處文化組 2003 年資料)。在大學第一階段，法國政府自 1991 年起，創立高等學院預備班(CPGE)的制度。CPGE 幾乎全是公費，它錄取高中會考最優秀的前 10% 的學生(2002/2003 年為 72000 人)，給他們作紮實的學術基礎訓練。CPGE 共設六種學程：數學/物理、物理/化學、化學/生物、物理/技術/工程、商學/經濟、文學/哲學，其中數學/物理便是一種數理兼備的學程。底下我僅就這方面的情況作報告。2002/2003 年 CPGE 的數學/物理學程，全法國共收 11000 名學生。在授課時數上，每週數學 12 小時，物理/化學 8 小時，外語 2 小時，文學/哲學 2 小時，工程或電腦 2 小時。修業的模式為白

天上課，晚上作演習。每人每週一次一小時的數學口試，每二週一次一小時的物理口試，要求十分嚴格。在內容方面，包括分析學(含高等微積分、一些複變、基礎的實分析、富氏級數等)、線性代數、微分方程、歐氏幾何等，其中微分方程是重點。在物理方面則有力學、熱力學、電磁學及少許的流體力學。

CPGE 畢業率約為 75%，未能畢業者回流至普通大學的第一階段。CPGE 畢業生出路很廣，通過多種考試(或競試)後可繼續走學術、工程、軍校等路線。每一種考試為期一周，通過四種考試的學生可有六十幾所大學供選擇。最優秀的一批則進入高等師範學院，走學術路線，其中數學科每年收 450 人。這些高等師範學院學生將來若不繼續走學術研究路線，則可回流作為 CPGE 的教師。(以上資料由 Lyon 大學 C. Villani 教授所提供)。

法國預備學校的制度提供年輕時期數理兼備的紮實訓練。一般學生 18 歲進入 CPGE 學程，20 歲結業。若走學術路線，25 歲可得博士學位。這個制度創造理論科學發展的優越條件。

## (2) 美國的模式

美國高中的學制有兩個特點，第一是富彈性，以跑班制的方式允許每一個人依自己的學習速度來學習，第二是 AP 學程的設計，突破高中與大學的藩籬，使有能力向上學的學生，有機會學到大一的課程。AP 是 Advanced Placement 的簡寫，它是 1950 年代創立的私人的教育機構，提供各種高中到大學的進階替代課程及相關之檢定考試，比如 AP 微積分 AB 為單變量微積分，BC 為較深之單變量微積分。AP 物理為帶微積分的物理。美國一半以上的高中會提供 AP 課程，另外社區大學也會提供。美國高中生修完數科 AP 課程的情形非常普遍。在 2000 年時，有 84 萬的高中生參加 141 萬個 AP 測驗，參與 AP 課程的學生每個人平均修了 1.5 個 AP 科目。又以賓州州大為例，約有 40% 的新生已修畢 AP 的 Calculus AB。

在大學裡，針對這些跑得快的學生，各理科學系通常都設有榮譽學程，提供加速學習管道，俾使這些學生能在一、二年內平順接上高階課程。而為培養數理兼備的人才，許多大學也設有整合科學的學程 (Integrated Science Program)。以西北大學為例，它的整合科學學程挑選最好的大一新生，提供紮實的數學和物理課程，使學生能在一年後銜接上數學、物理、化學等高階課程。一般來說，這種整合科學學程的畢業生會有二至三個主修專業。由於有紮實的數理兼備的基礎，這些學生畢業後十分受到名校的歡迎。

## 三、我國的問題

法國人口約為台灣的 2.5 倍，美國人口約為台灣的 11 倍，他們的學術能力、經濟力、國力都遠超過我們，這和他們擁有許多高素質的人口數有關。法國一年可培養數理兼備、基礎紮實的年輕學子(20 歲前)11000 人。美國大學新生通過 AP Calculus AB 檢定考試約 10 萬人。反觀台灣，能在 20 歲時具備紮實數理基礎的學生實在寥寥無幾。即使大學畢業，以台大為例，數學系的畢業生能懂到電磁學的實在很少；物理系的學生能懂得基礎實分析的也十分稀少。這當然不是學生不用功，而是制度造成的。

以下是我認為幾個制度上的問題

#### (一) 大學部分

1. 資優生進入大學後，沒有相關的配套訓練來奠定他們堅實的數學與物理基礎。
2. 大學裡也沒有數理兼備的學程設計。
3. 現行輔系制度中，一般選修學分不能計入輔系學分，有礙於數理兼備人材的培育。
4. 許多數學系的課都太純數學導向，但高階數學課在大學和研究所有普遍性的需求，而一般大學卻缺乏有效率的應用數學課程與學程。
5. 現階段台灣數理兼備的師資太少。

針對上列五個問題，我認為有兩項制度值得推動：

1. 大學輔系制度應作一些調整。目前輔系的學分屬於128畢業學分的外加學分，應撤除此限制，以導引學生將128學分內之一般選修學分，規劃為輔系學分，以獲得第二專長，此舉將有利於學科學的學生獲得數學輔系學位，而學數學的學生也較有機會獲得其他科學的輔系學位。如此將可以培養一些數理兼備的人才。
2. 鼓勵有好條件的大學辦理數理兼備的榮譽學程，來堅實資優生的數學與物理基礎。

#### (二) 高中部分

1. 我國高中的根本問題是學制僵化，有能力的學生缺乏向上學習的機會，不須學或不能學的學生卻被勉強學習許多不必要的東西，比如說高一上的基礎物理、化學、生物對許多理工傾向的好學生常常是浪費時間，而數學中許多課題對學文科的學生也沒有必要。這個問題在未來施行高一、高二不分流的政策後會更加嚴重。
2. 高中數學的內容過於形式化，未能與生活以及科學結合，大部分學生都不知道數學有何用。
3. 數學與物理的學習不協調。高二開始學物理，但那時學生的數學基礎仍十分薄弱。另一方面，數學的學習卻走得太慢，學生的心力常被許多人為的難題羈絆住，缺乏效率。
4. 目前學測分兩級(基本學力測驗與指定考科)，題數少，每題配分重，出題老師為求鑑別率，難免將題目設計得巧妙，這導引了高中數學現場充滿了許多人為難題以及各種技巧。

針對上述1-4的問題，我提出幾點看法：

1. 高中學制應走向彈性化，可實施跑班制，跑班可以五班或十班的班群為單位。
2. 數學科的內容應再檢討，應掌握數學精簡的本質，並與生活和科學作適當的結合。數學選修時數應增加，95暫綱高三每學期3學分的設計，對學理工的學生是不足夠的，與美國的AP課程的標準也有相當之落差。選修課程的編纂可以主題作為學習單元(如三角學、解析幾何、微積分、機率與統計等)，並允許依個人的需求做適當組合。

3 學科能力測驗與指定科目考試的時間均應增長，讓學生有時間思考，使考試不成為記憶與反應速度的競賽，並調整目前高中數學題目刁鑽化的走向。

4. 引進 AP 課程以及相關之檢定考試，並得列為大學入學甄試項目。AP 之師資可由退休教授和未續做研究之博士擔任。

這些有關高中學制以及考試制度的變革，牽涉甚廣，宜經過審慎的研究後，再去推動。這個研究，至少應包括跨國比較、現況分析及衝擊的評估。同時實施過程中也應建立評鑑機制，並定期檢討。環顧先進國家數理兼備人才濟濟，而我國數理兼備的人材培育仍有許多瓶頸，當知這變革是亟需的。