

大學部應用數學學習指引：

陳宜良

2014.1.30

1. 建議學生本著大一、大二不分系的精神，學習基本的科學與數學。數理兼備的學生將來發展的空間較廣，可進行跨領域研究，較易開拓新領域，適應學科變化的彈性也較佳。因此，培養對科學的興趣，以及紮好基礎數學的底子是這段時間的學習目標。
2. 科學部分：在大一時可以修二學期的基礎科學的課程(通識)，如一學期的生物(2或3)、一學期的化學(2或3)，或是一門天文、地球科學、環境科學等相關的基礎課程，這些基礎課程需要的數學背景知識較少。二年級可以學兩學期的物理(3,3)與物理實驗，這是紮實的基礎課程。物理放在二年級學主要理由是物理需要微積分(力學需要微積分與微分方程，電磁需要向量微積分)，放在大一學習時，微積分基礎不足，造成大一物理與高中物理區隔不明。**Caltech**為二年的物理，與數學學習搭配很好。如果我們將物理改在大二學習，可能比較好教也好學，當然相對應的內容也應調整。如果學生將來要學物理科學相關的應用數學，可以在大二或大三時修一門電磁學(4,4)，它是走理論科學與應用科學的基礎。選二門物理的基礎課可以抵免普通物理。
3. 微積分(4,4)是重要的工具，是科學的基本語言，是要下工夫學好，尤其是多變量微積分。向量分析是深化多變量微積分的學習，並連結到流體力學、電磁學、彈性力學、相對論等等的基礎課程，可在二上學。學過這門課的學生應很容易銜接偏微分方程導論、幾何導論、電磁學等課程。
4. 常微分方程導論、偏微分方程導論是連結微積分到物理世界的基礎課程，學生可學到連續世界的建模方法，以及相關的基本的數學理論，除在自然科學上十分重要外，它們也是經濟學、財務學等社會科學領域的基本語言。學生在向量分析、常偏微分方程有了基礎，將來有足夠的動機及成熟度學抽象的數學分析。
5. 線性代數(3,3)和微積分一樣是非常基礎的課，連結到向量分析、常微、偏微、機率統計、圖論、數值線性代數等課程。線性代數也是應用面非常廣的一門課，如資料探勘、搜尋，圖像識別等。
6. 機率統計是描述不確定現象的數學語言，在數據爆炸的時代，它和微積分同樣基本，也是 **AP(Advanced Placement**，是高中銜接大學的基礎課程)數學的科目 (**Math & Computer Science: Calculus AB, BC, Computer Science A, Statistics**)。美國 2011 年有 14 萬學生考 **AP Statistics**。其內容中之統計分佈及統計推測均不在我國高中數學範圍。法國的 **Preparation School**(相當大一、大二的菁英教育)，也將機率納入理科(數學、物理)人才的必修科目。大學生應

學會機率統計的基本的思想、建模的方法及一些應用。

7. 計算工具與計算方法: 可以學 C 語言，這是程式語言的基礎，在練習題上可以 Computer Science 為應用題材。學生可以在這門課中學到邏輯與一些基本的演算法。但未來要精於程式語言，仍要學 C++，如此才能熟悉物件導向的語法，這對使用高階語言，如 python 或 matlab 是必要的。數學軟體主要是學 Matlab，其應用題材為線性代數與微積分。計算數學導論為基礎的數值分析，學生可以學求解方程式的演算法，函數逼近的方法及相對應的誤差估計等，可為學習抽象分析作好墊基的準備。
8. 大三、大四的學習規劃: 如果同學對於以數學方法解決科學與工程問題感興趣，那你可以選擇應用數學。應用數學的面向十分廣，而幾乎所有數學的子領域都有它的應用面向。當然，傳統的分析、計算更是解決科學與工程問題的基本工具。重要是把該科目的基本概念與精神掌握好，用開放的心靈，活學活用數學。大致上來說，應用數學又可包括(1)傳統的應用數學，(2)經濟、財務、金融數學，(3)數據、統計科學，(4)資訊科學等。傳統的應用數學比較專注在物質科學與工程上的應用，但後三者也都是由傳統的應用數學分支出去，因此，傳統的應用數學仍是一個基礎。如果是想學傳統的應用數學，學一門物理課是不錯的選擇，電磁學或量子力學都可以，它們可以導引到許多現代科技的前緣研究，而且許多近代數學的發展也與這兩門學科有關。如果你對地球科學感興趣，你可以修一門流體力學。如果你想知道一、二年級學的數學可以怎麼用，數學建模的課程提供此一建模的方法。如果你不打算這樣做，也可以先專心學一些數學後，再去學一些應用方面的專業知識，或者是學一些應用數學初階的課程。必竟在大一、大二不分系的精神下，你應已擁有基礎科學的基本素養，可與其他領域的人溝通。下面我以傳統的應用數學為學習目標，建議一些基礎的高階數學: 包括數學分析導論、代數導論、幾何導論，以及複變。
9. 分析: 數學分析導論(4,4)，這是傳統的高微課程，學生要學會抽象的思維與嚴謹的證明。複變(-,3): 這也是一門重要的分析課程，從應用角度來說，它是振動現象、波動力學、位勢理論等等的基本語言。
10. 代數導論與離散數學: 群論是描述對稱性的基本語言，許多問題是經由對稱性質而得以化簡，矩陣乃至張量也是應用數學常用的工具。離散數學中的圖論是數學建模常用的工具，它們的基本概念也十分重要。基本的代數的訓練對應用數學的學習是必要的。比如說，近年來，代數幾何、交換與非交換代數、組合數學、表現理論等在密碼學、編碼學、電腦繪圖、幾何設計、機器

學習、控制理論、生物等等都有應用(見 SIAM algebraic geometry activity group)

11. 幾何導論: 曲線曲面論是描述具象世界的基本語言, 而古典力學、流體力學、彈性力學、相對論、場論等也需要大量的幾何。微分幾何更是描述彎曲空間以及近代物理的基本語言。
12. 數學建模: 這是一門“做中學”的課程, 學生透過範例與做 Projects, 學習數學建模的幾種方法: 包括微分方程、線性代數、離散數學(特別是圖論)、機率統計、優化論等建模的方法。