

維修問題

某製造公司有台生產機器，其產能會隨著使用時間增加而逐漸減少，必須在維修之後才能恢復最佳效能，若此機器自上次維修 t 日之後的產能為 $f(t)$ ， $f(t)$ 的單位為(元/日)，而維修一次的花費為 A 元，該如何選擇適當的維修時機以創造公司的最大獲利呢？

解：自上次維修到 t 時，機器所生產出的產品總值為 $\int_0^t f(t)dt$ ，若此時維修，公司的獲利為 $\int_0^t f(t)dt - A$ ，要創造最大的獲利並不是 $\int_0^t f(t)dt - A$ 最大就行了，而是要讓平均起來的每日獲利最大，所以考慮 $c(t) = \frac{1}{t} \left[\int_0^t f(t)dt - A \right]$ ，若 $c(t)$ 在 $t = T$ 時有最大值，則 T 便是最佳的維修時間點。考慮 $c(t)$ 的導數， $c'(t) = \frac{t \cdot f(t) - \left[\int_0^t f(t)dt - A \right]}{t^2} = \frac{f(t) - c(t)}{t}$ ， $c'(t) = 0 \Leftrightarrow f(t) = c(t)$ ，所以 T 滿足 $f(T) = c(T)$ ，但滿足 $f(t) = c(t)$ 的時間點是否就是 T 呢？不一定，這就需要看 $f(t)$ 的性質才能知道了。