

古代的水鐘

古代的水鐘，從一碗中漏水，碗底小孔的半徑為 r (常數)，以水面的高度判斷時間，現在希望時間的流逝和水面高度的降低成正比，請問，碗的形狀為何？

假設，碗是一個旋轉面，由之前的托里切利定律 $\frac{d\bar{V}}{dh} \cdot \frac{dh}{dt} = -\pi r^2 \sqrt{2gh}$ 但是 $\frac{dh}{dt} = c_0$ (c_0 是小於零的常數) $\therefore \frac{d\bar{V}}{dh} \cdot c_0 = -\pi r^2 \sqrt{2gh}$

$$\frac{d\bar{V}}{dh} = c_1 \sqrt{h}, \quad c_1 = \frac{-\pi r^2 \sqrt{2g}}{c_0}$$

$$\therefore \frac{d\bar{V}}{dh} = \pi R^2 = c_1 \sqrt{h}$$

$$\therefore R^4 = c_2 h$$

讓 $R = x$, $h = y$, \therefore 圖形為 $y = cx^4$ 對 y 軸旋轉得到的旋轉面。

