

臺灣大學數學系

九十學年度學士班申請入學筆試試題

數學(一)

[\[回上頁\]](#)

說明: 每題25分。答題時,計算題要有計算過程,證明題要說明清楚。計算或證明不完全者,會視情況部分給分。

1. 求 $x^{100} + 1$ 除以 $x^3 + x^2 + x$ 的餘式。
2. 求集合 $\{ 18n^4 + 2n^3 - 189n^2 | n \text{ 為整數} \}$ 中的最小元素。
3. 假設某社區為一三角形區域, 包含 $\triangle ABC$ 及其內部。在頂點 A, B, C 各有一家便利商店, 住家 P 的便利指標為 P 到 A, B, C 三點的最短距離, 此距離 越長買東西越不方便。
 - a. 試證: 當 $\triangle ABC$ 為銳角三角形時, 買東西最不方便的住家位於 $\triangle ABC$ 的外心。
 - b. 試問: 當 $\triangle ABC$ 為鈍角三角形時, 買東西最不方便的住家位於何處? 請畫一鈍角三角形, 圖示出答案並證明之。
4. 甲乙兩人競選某縣縣長, 已知甲得 n 票, 乙得 m 票, $n > m$ 。
 - a. 求 $m = 1$ 時, 開票過程中甲一路領先(平手不算領先)到底的機率。
 - b. 求 $m = 2$ 時, 開票過程中甲一路領先到底的機率。
 - c. 根據 $m = 0, 1, 2$ 時, 甲一路領先到底的機率, 猜測 m 為一般的正整數 時甲一路領先到底的機率, 並證明之。

臺灣大學數學系
九十學年度學士班申請入學筆試試題
數學(二)

說明: 每題25分。答題時,計算題要有計算過程,證明題要說明清楚。計算或證明不完全者,會視情況部分給分。

1. x 滿足方程式 $\tan(\pi \cot x) = \cot(\pi \tan x)$, 求 $\tan x$ 之值。

2. 令集合 $F = \{b \mid b \text{ 爲正整數，且存在正整數 } a \text{ 使得有理數 } \frac{a}{b} \text{ 之循環節長爲 } 3\}$ 。求 F 中的最小元素。
3. 設實係數多項式函數 $f(x)$ 滿足下面 (a), (b) 的條件
- $(0, f(0))$ 爲圖形 $y = f(x)$ 的反曲點(拐點)
 - $(1, f(1))$ 爲圖形 $y = f(x)$ 的反曲點
- 問 $f(x)$ 在閉區間 $[0, 1]$ 中是否一定有極值(極大值或極小值)? 請解釋之。
4. 已知錐面 $z^2 = x^2 + y^2$ 與平面 $7y - z + 24 = 0$ 的相交曲線是雙曲線，以 Γ 稱呼之。
- 已知 Γ 在 xy 平面上之投影爲一雙曲線，請寫出其標準式。
 - 求 Γ 的兩個頂點。
 - 求 Γ 的貫軸所在之直線方程式或者一條漸進線之方程式。
 - 求 Γ 的焦點。

[\[回上頁\]](#)