

臺灣大學數學系
九十六學年度碩士班甄試試題
科目：機率

2006.11.3

機率 2006 Master Entrance

2006.11

1至6題每題15分, 0, 1, 3, ..., 15

7題10分, 0, 2, 4, ..., 10

1. 隨機變數 X 的分佈函數 $F(x) = P\{X \leq x\}$. 證明: 在每個 a , F 為右連續, 且有左極限.

2. 已知 $\ln X$ 為正規分佈 $N(\mu, \sigma^2)$, 求 X 的機率密度函數. X 是否有期望值?

3. 致命事件的存活期為一連續隨機變數, 以 f 為機率密度函數. hazard rate (試譯為出事率) 函數定義為 $\lambda(t) := f(t)/(1 - F(t))$. 以條件機率說明此定義且證明: λ 為常數的充要條件為 F 是指數分佈.

4. 證明: n 個獨立且同是以 λ 為參數的指數分佈之隨機變數的和是一個 Gamma 分佈.

5. 敘述弱大數法則 且利用 Chebyshev 不等式證明弱大數法則.

6. Ms TW 打字錯誤個數視為某離散機率分佈. 已知平均而言每 20 字中有 1 個錯字. 利用 CLT 估計 Ms TW 打 4500 字文章 錯字 < 200 個字之機率. 自行決定那個分佈.

7. 某品牌之螺釘要求平均重 1g, 標準差 0.13 g. 要求比平均重超過或不足 .2 g 者須廢棄. 估計廢棄率.