

臺灣大學數學系  
九十二學年度碩士班甄試入學試題  
機率 (Probability)  
Nov 29, 2002

[\[回上頁\]](#)

- (一) 箱中裝有編號0至  $k$  的  $k + 1$  個銅板。編號  $i$  之銅板出現正面的機率為  $\frac{i}{k}$ 。自箱中任取一銅板連續丟擲。已知前  $n$  次都出現正面, 証: 第  $n + 1$  次也出現正面的(條件)機率, 若  $k$  夠大, 約為  $\frac{n+1}{n+2}$ 。(15分)
- (二) 說明如何利用以  $\lambda$  為參數的Poisson分佈作為以  $n, p$  為參數的二項分佈的近似值。(15分)
- (三) 設修理某機器所需時間為以  $\lambda$  為參數的指數分佈, 已知平均而言修理該機器需30分鐘。問: 修理該機器耗時 120分鐘以上的機率。
- (四) 已知隨機變數  $X, Y$  的joint probability density function為  $f(x, y) = c(x^2 - y^2)e^{-x}$ ,  $0 \leq x < \infty$ ,  $-x \leq y \leq x$  求  $c$ , 與相對於  $X=x$  之  $Y$  的conditional probability density function。(15分)
- (五) 已知  $X$  為以  $\lambda$  為參數的指數分佈, 求  $X$  的moment generating function, 且利用它來求  $X$  的variance。(15分)
- (六)  $X_1, \dots, X_{20}$  為以1為參數的Poisson分佈, 利用Markov不等式, 求

$$p \left\{ \sum_{i=1}^{20} X_i > 15 \right\}$$

- 的上界。所得答案好不好?(15分)
- (七) 一個骰子投兩次, 令  $X$  表點數和, 令  $Y$  表第一次點數減第二次點數, 求  $\text{cov}(X, Y)$  (10分)

[\[回上頁\]](#)