

臺灣大學數學系
九十二學年度碩士班甄試入學試題
機率 (Probability)
Nov 29, 2002

[\[回上頁\]](#)

- (一) 箱中裝有編號0至 k 的 $k + 1$ 個銅板。編號 i 之銅板出現正面的機率為 $\frac{i}{k}$ 。自箱中任取一銅板連續丟擲。已知前 n 次都出現正面, 証: 第 $n + 1$ 次也出現正面的(條件)機率, 若 k 夠大, 約為 $\frac{n+1}{n+2}$ 。(15分)
- (二) 說明如何利用以 λ 為參數的Poisson分佈作為以 n, p 為參數的二項分佈的近似值。(15分)
- (三) 設修理某機器所需時間為以 λ 為參數的指數分佈, 已知平均而言修理該機器需30分鐘。問: 修理該機器耗時 120分鐘以上的機率。
- (四) 已知隨機變數 X, Y 的joint probability density function為 $f(x, y) = c(x^2 - y^2)e^{-x}$, $0 \leq x < \infty$, $-x \leq y \leq x$ 求 c , 與相對於 $X=x$ 之 Y 的conditional probability density function。(15分)
- (五) 已知 X 為以 λ 為參數的指數分佈, 求 X 的moment generating function, 且利用它來求 X 的variance。(15分)
- (六) X_1, \dots, X_{20} 為以1為參數的Poisson分佈, 利用Markov不等式, 求

$$p \left\{ \sum_{i=1}^{20} X_i > 15 \right\}$$

- 的上界。所得答案好不好?(15分)
- (七) 一個骰子投兩次, 令 X 表點數和, 令 Y 表第一次點數減第二次點數, 求 $\text{cov}(X, Y)$ (10分)

[\[回上頁\]](#)