

臺灣大學數學系

八十九學年度碩士班甄試入學考試試題

線性代數

[\[回上頁\]](#)

甲：

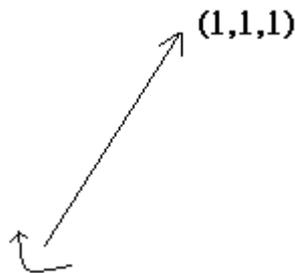
$$4 \times 4 \text{ 方陣 } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (1) 它的eigenvalue爲何？
- (2) 說明“兩個方陣相似(similar)”的意義
- (3) 求此方陣的Jordan canonical form

乙：

在歐氏三度空間中（亦即 R^3 ，其中任兩點 (x, y, z) 和 (u, v, w) 之間距離的平方是

$(x - u)^2 + (y - v)^2 + (z - w)^2$) 以直線 $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ 爲軸，以 $(1, 1, 1)$ 的方向爲正向順時針旋轉90度，如圖



如此得一 R^3 到自身的線性變換，

- (1) 求其在標準基底 $((1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1))$ 下之 3×3 方陣
- (2) 求此方陣之Trace
- (3) 求此方陣之行列式。

丙：

在歐氏三度空間中，橢球 $x^2 + y^2 + 4z^2 = 1$ 與平面 $x + y + z = 0$ 相交

- (1) 求證，相交部分爲平面 $x + y + z = 0$ 上之橢圓
- (2)

求此橢圓的長、短軸的長度

丁：

求線性聯立常微分

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 3x - y \\ \frac{dy}{dt} &= x + y\end{aligned}$$

初始條件 $x_0 = 2, y_0 = 1$ 之解， $x(t) = ?, y(t) = ?$

請具體求出。

[\[回上頁\]](#)