

臺灣大學數學系

八十四學年度碩士班甄試入學考試試題

線性代數

[\[回上頁\]](#)

1. 設 $M = (a_{ij})_{\substack{i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, n}}$ 為 $m \times n$ 矩陣， $a_{ij} \in R$ ，求證 M 行向量中獨立向量的最大個數 = M 列向量中獨立向量的最大個數。
2. 設 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ， $e^A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 求 a, b, c, d 。
3. 設 $T : R^n \rightarrow R^n$ 為一selfadjoint或對稱的線性變換，即 $\langle T\mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle = \langle \mathbf{v}, T\mathbf{w} \rangle$ 。
今考慮一quadratic form S ， $S(\mathbf{v}) = \langle T\mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle$ ， $S : R^n \rightarrow R$ 。令 $U \subset R^n$ 為單位球面。
 $U = \{\mathbf{v} \in R^n \mid \langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle = 1\}$ 。
求證： S 在 U 上得極值的向量，是 T 的eigenvector。

[\[回上頁\]](#)