臺灣大學數學系

八十五學年度碩士班甄試入學考試試題

高等微積分(純數組)

1.

$R \xrightarrow{f} R \xrightarrow{g} R$, $f(a)=b, g(b)=c$, 並設 $f'(a), g'(b)$ 存在。 求證： $g\Big(f(x)\Big)$ 在

$x=a$ 可微，並且微分 $=g'(b)\cdot f'(a)$.

2.

當 $R^n \xrightarrow{f} R^n \xrightarrow{g} R^n$, 導數或微分(derivative)的觀念，被differential取代，今設
$\mathbf{a}=(a_1,\cdots,a_n), \mathbf{b}=(b_1,\cdots,b_n)$ 並設 f 在 a，g 在 b 可微, 其相關的differential以 F 及

G 表示。 求證 $g\circ f$ 在 a 可微，其differential爲 $G\circ F$.

3.

在``Lagrange multiplier rule''中，欲了解 $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 在

$\varphi_1(x_1,\cdots,x_n)=0, \varphi_2(x_1,\cdots,x_n)=0,\cdots$ 及 $\varphi_k(x_1,\cdots,x_n)=0, k<n$ 上的極

值，通常需先假設 $\nabla\varphi_1,\nabla\varphi_2,\cdots,\nabla\varphi_k$ 在 $\varphi_1=\cdots=\varphi_k=0$ 上是線性獨立的向量。

請問，爲何做此假設？若無此假設，Lagrange multiplier rule會成立嗎？