

臺灣大學數學系

八十八學年度第二學期碩博士班資格考試試題

代數

[\[回上頁\]](#)

線性代數: 30分

- (1) 解釋名詞: Rational canonical form.
(2) 設 A 和 A' 是兩有理係數的方陣, 互為轉置.

求證 A 和 A' 有相同的 Rational canonical form.

群論: 20分

- (1) 設 G 是一個有限群, U 是 G 的一個非空子集, (U 不一定是子群). 定義 $H = \{g \mid g \in G \text{ 且 } g \cdot u \in U, \forall u \in U\}$

求證 (1) H 是 G 的一個子群

(2) H 的個數整除 U 的個數

- (2) 設 A 是一個可換群, 被 x, y, z 三元素以下列關係生成: $3x + 2y + 8z = 0, 2x + 4z = 0$
請把 A 寫成(無窮和有限的)cyclic subgroup 的乘積(direct produce of Cyclic subgroups)

環論: 30分

- (1) characteristic 為 0 的體中, 有 n 個元素 u_1, \dots, u_n

今設 $u_1 + u_2 + \dots + u_n = 0$

$$u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2 = 0 \quad \vdots \quad u_1^n + u_2^n + \dots + u_n^n = 0$$

求證 $u_1 = u_2 = \dots = u_n = 0$

- (2) p 為質數, 求證 $x^{p-1} + x^{p-2} + \dots + x + 1$ irreducible over \mathbb{Q}

體論: 20分

p prime, 並設正 p 邊形可以尺規作出, 求證 p 一定可以寫成 $2^r + 1$, r 為某一個正整數. (例如 p 可能是 $17 = 2^4 + 1$)

[\[回上頁\]](#)