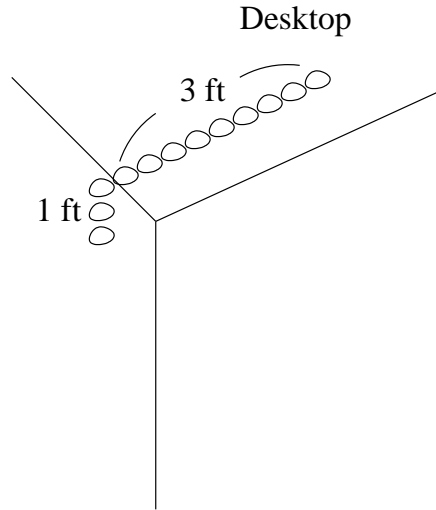
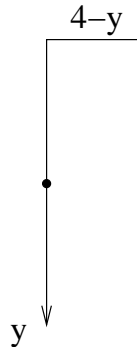


鐵鏈從桌上滑下

如圖，有一質量均勻的鐵鏈，四呎長，一呎下懸桌面，往下滑，在無摩擦力之下，需時多久，才完全離開桌面？



設密度為 ρ ，滑速為 v ，動能為 $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \rho \cdot v^2$ ，動能源自下垂部分之位能差，位能可以質計算，位能 = $(y\rho)g\frac{y}{2}$ ，當 $y = 1$ 時位能 = $\frac{1}{2}\rho g$ 。



方程式為 $\frac{1}{2}4\rho v^2 = \frac{1}{2}y^2\rho g - \frac{1}{2}\rho g = \frac{1}{2}\rho g(y^2 - 1)$, $y \geq 1$

$$v^2 = \frac{g}{4}(y^2 - 1)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\sqrt{g}}{2} \sqrt{y^2 - 1}$$

$$\frac{dy}{\sqrt{y^2 - 1}} = \frac{\sqrt{g}}{2} dt$$

$$\log \left[y + \sqrt{y^2 - 1} \right] = \frac{\sqrt{g}}{2} t + C, \quad t = 0, \quad y = 1$$

$$\text{所以 } C = 0, \quad \text{當 } y = 4 \text{ 時, } t = \frac{2 \log(4 + \sqrt{15})}{\sqrt{g}}$$