

普通高級中學數學科課程 綱要修訂理念與特色

臺灣大學數學系教授 陳宜良

壹、修訂緣起

一、準備工作

自 95 高中課程暫綱公布後，教育部在全國設置 23 個學科中心，其中數學學科中心設在臺北市建國中學，負責推動 95 高中數學課程暫綱之實施，並建置網站（<http://140.116.223.225/98course>）蒐集回饋意見。另外教育部也為 98 高中課綱之修訂與可能的十二年國教做準備，進行了一系列的高中課程專案研究計畫（詳見前述網站），並建置「中小學一貫課程體系」，做為 98 高中課綱修訂之指引。其中，數學科完成了「12、15、18 歲數學科能力指標」與「中小學數學科課程綱要評估與發展研究」報告。在「評估與發展」報告中，以「十二年一貫」的觀點，詳細檢視現行的九年一貫課程綱要與 95 高中暫綱的「一貫性」、「銜接性」與「妥適性」，並進行六個國家課綱的比較，包括美國加州、新加坡、英國、日本、韓國、中國等國家。

在建置「中小學一貫課程體系」指引中，也進行跨學科之檢視，釐出數學與其他學科之關聯，並整理各學科學習上需要數學的課題與需求該課題知識的時間。

以上四份資料（回饋意見、數學科能力指標、中小學數學科課程綱要評估與發展研究、跨學科關聯性報告）是本次課綱修訂的主要參考文件，其研發過程中皆經過廣泛之意見徵詢；其他參考資料則包括美國、新加坡、中國、英國等他國之高中教科書。相關資料可至數學學科中心網站（<http://mathcourse.ck.tp.edu.tw>）參閱。

二、專業修訂與公共參與

98 高中數學課綱之修訂於 2006 年 4 月 1 日啓動，歷經 1 年有餘。專業小組成員包括數學子領域代表（分析、代數、幾何、機率、統計、離散數學）、九年一貫數學領域課綱代表、師範大學代表、教育心理或數學教育代表、高中教師代表（學科中心、普通高中、完全中學、數學科輔導團、

全國教師會等），修訂小組成員之涵蓋面力求周全與均衡。此外，數學學科中心也扮演支援角色，設置網路意見回饋管道，並共同舉辦焦點座談與公聽會。其中焦點座談舉辦 5 場，對象為 3 所師範大學推薦代表、教科書編者、教科書審查委員、大考中心代表與教師代表，以及意見團體（包括教師會、家長會、學生會等）代表；公聽會舉辦 3 場（北、中、南區各 1 場）。公聽會之意見先由各校討論提出，以電子郵件寄至學科中心彙整，再派代表至公聽會進行雙向溝通。所有回饋意見彙整分析後，再進行綱要內容的修訂、審查及再修訂之程序，最後報教育部核定公告。

貳、修訂理念

本次高中數學課綱修訂，揭櫫數學為基礎學科的重要性，釐清高中數學核心內容的定位，以及提出導正高中數學學習文化的理想。茲分述如下：

一、強調數學的基礎性

數學是研究各種規律性所發展出的語言，是人類理性思維的產物，也是自然科學與社會科學的共同基礎；二十世紀計算機的發明，更促成當代各學科進行「數量化」與「數學化」的革命。因此，數學對學生未來的發展將日益重要。基於各學科知識發展潮流，聯合國教科文組織亦將數學與語文列為終身學習的基礎，學生於高中時期奠定良好的數學根基，對其個人未來與整體社會之發展均十分重要。

二、界定核心的數學內容

課程綱要之設計，應釐清數學的學習範疇。高中時期所應學習的數學，應界定在由生活上的需要，或是其他學科的需要，所形成的核心內容；也應是大部分學生在循序漸進學習中，得以學會的基礎數學。

三、導正數學學習文化

數學學習應注重數學思考的訓練，須導正「零碎解題技巧堆集」，以及「不經慎思只求快速解答」的學習文化。解題固是數學訓練重要的一環，但應注意其意義與方法；題型的情境要合於常理，刁鑽人工化的難題則應予避免。

叁、課綱精神與特色

一、修訂高中數學課綱的精神

（一）掌握主要脈絡，建構清晰的數學概念。

（二）展現化繁為簡、以簡馭繁的數學思考方法。

（三）在演繹之外，加強歸納思維的訓練，並認識數學模型的意義。

（四）以圖形與實例，循序漸進，建構抽象思維的內涵。

（五）強調數學的應用，突顯數學的普遍性與本質性。

二、修訂高中數學課綱設計有下列特色

(一) 一貫性：爲了學習的一貫性，本課綱配合九年一貫數學領域課程內容，掌握幾個主題，包括「數與量」、「代數」、「幾何」、「函數」、「機率與統計」，由國小、國中之基礎，於高中階段持續鋪陳發展。

(二) 銜接性：爲了學生學習經驗之累積，各主題與國中數學之相關主題均設計了複習、延伸及再發展新觀念的學習歷程。

(三) 連結性：爲了避免數學學習成爲零碎技巧的累積，課綱設計注意數學內部各單元間的連結，以及數學與外部的連結，包括數學與生活的連結，以及數學與其他學科的連結等，也就是要加強數學的應用。

(四) 妥適性：考量學習的有效性，本課綱特別注意各主題內容是否爲必要、章節位置是否妥適、學習速度是否妥當。

(五) 國際性：本課綱呼應國際上數學科學發展之潮流，以及數學教育發展之趨勢。例如，計算機之發展，促成許多學科數量化的革命，因此「數據分析」與「數學的應用」，對今日的學子格外重要；而「函數」是表現自然與社會現象中「兩量關係」的語言，在當代國際數學教育中特別受重視，因此在本課綱中，將其列爲與「代數」、「幾何」同等地位之主題，由高一起一貫鋪陳，有系統地學習，並銜接

至大學的微積分。

肆、修訂差異

一、綱要內容的差異

(一) 增加備註欄，規範不應列入大考之題材。

(二) 綱要內容差異如表 1。

二、選修數學差異

(一) 原選修數學列爲標準選修課程，另新增三類選修數學課程：基礎課程、統整課程、進階課程，以提供不同學生之需求。

(二) 仿美國 AP 課程設計，進階選修課程中之微積分 I、II 可至大學選修。

三、實施方法的差異

(一) 新增教科書編者編寫規範與審查注意事項，以利雙方作業。

(二) 教學進度：新增提供彈性調整教學進度之可能，以滿足不同程度學生之需求。

(三) 教學設備與資訊：新增科學計算器具使用之規範，以減少繁瑣計算，增加重要數學概念探索的時間及聚焦於數學概念了解的教學。

(四) 教學評量：

1. 強調適合學生程度的評量方式，以配合適性學習。

2. 建議增加考試時間，並鼓勵學生將過程寫下，進行過程評量，以利學生思考的

表 1 高中數學科修訂課程綱要與 95 課程綱要內容之差異

異動	項目	理由
刪除	1. 最高公因式、最低公倍式、多項式的輾轉相除法	經跨國比較，大多數國家未將此題材列為高中必修。
	2. 環狀排列	並非必要之題材，且易發展出太難的題型。
	3. 和差化積、積化和差	高中數學科、物理科不涉及不同週期之三角函數的疊合，故無必要性，且易發展出太難的題型。
	4. 二次曲線與直線的關係、圓錐曲線的光學性質	可在多變量微積分中學習，在高中處理較複雜，國際上亦弱化圓錐曲線之學習。
	5. 球	可在多變量微積分中學習，在高中處理較複雜。
	6. 交叉分析	涉及聯合機率與兩變元之函數概念，在高中不宜。
新增	1. 隨機的意義	與國中的相對次數分布圖能結合，屬機率的基本概念，並能較清楚交代現有教材中之期望值、變異量，以及二項分布的概念。
	2. 凹凸性	加強函數特徵的認識，但僅做直觀的介紹。
	3. 外積	為清楚鋪陳三維體積公式之學習，並與正弦定理相結合，且目前高中已介紹其概念，只是未明確定義。
強化	1. 分式的運算	做為有理函數的學習基礎，分式在生活中應用性高。
	2. 三次以下插值多項式	應用性高，並可連結到「查表」之學習；目前插值多項式在高中例題中均已出現，此處僅增加名詞之定義。
	3. 指數模型	加強數學與生活的連結。
	4. 線性組合	調整分點公式之學習，強調線性組合（向量的分解與合成）之觀念也重要。
	5. 函數的特徵與圖形的連結	函數表現具體世界的兩量關係，函數的學習應將其特徵、圖形與應用做緊密的結合。
	6. 平移與伸縮、數據的標準化	數學中最基本的化簡方法。
章節位置調整	1. 原數學 IV 之排列組合與古典機率調整到數學 II	a. 儘早提供學生在各學科進行量化分析所需要的數學基礎。 b. 與生活關聯性較高，應較早學習，此題材對一般高中生均屬需要。 c. 調整後不會發生邏輯順序錯置的教學問題。
	2. 原選修數學 I 之條件機率、貝氏定理、相關係數、最小平方法調整到數學 II	同上。

表 1 高中數學科修訂課程綱要與 95 課程綱要內容之差異 (續)

異動	項目	理由
章節位置調整	3. 原數學 II 之三角與三角函數分別調整至數學 III 與數學 V	a. 和緩學習坡度，讓學生有時間消化。 b. 三角與坐標幾何及平面向量章節靠近，相關觀念較易緊密結合。 c. 三角函數的學習包括圓的參數式、波動與複數的極式，都需要較成熟的數學觀念，放在高三列為選修較合適。
	4. 原數學 I 中「含不等式之數學歸納法」及「無窮等比級數」，移至選修數學甲 II、乙 II 之極限章節	a. 在極限章節時才會進行數列大小估計，此時才會用到含不等式的數學歸納法。 b. 無窮等比級數涉及極限概念，移到極限章節較恰當。
	5. 原數學 I 之直線移至數學 III	直線的函數概念「一次函數」保留在數學 I 函數章節中，但直線的幾何概念相關部分移至數學 III 之坐標幾何中，並與平面向量章節靠近，較易建立學生完整的坐標幾何概念。
	6. 原選修數學 I 之線性規劃移至數學 III	學完直線方程式應有直接的應用，符合課綱之代數、幾何與應用緊密結合的精神。
	7. 原選修數學 I 之矩陣調整至數學 IV	統一矩陣學習的章節，部分課題加註◎號列為選修。
	8. 演算法(整數的輾轉相除法、二分逼近法)置於數學 II 附錄	a. 整數的輾轉相除法與二分逼近法均屬原有題材，本綱要將其統合為演算法，但有別於過去的教學，此處強調可透過程式語言，在計算機上實現演算法。 b. 計算機的發展突顯了演算法的重要。 c. 演算法置於附錄是要提供學生在資訊科技所需要用到的數學基礎。

訓練。

3. 建立優質測驗題型評析機制，以求導正不良之學習文化。

伍、大事紀要

普通高級中學數學科課程綱要修訂分兩階段，一為前置研究階段，二為修訂階段。

一、前置研究階段

(一) 進行「中小學數學科課程綱要評估與發展研究」

時間自 2005 年 1 月至 6 月。橫向方面進行六個國家數學課綱的比較，包括美國加州、新加坡、英國、日本、韓國、中國等國家。縱向方面則進行九年一貫課程之銜接性、一貫性、妥適性與連結性之研究。完成「中小學數學科課程綱要評估與發展

研究」報告並通過審查。報告書參見 <http://140.116.223.225/98course/>

(二)建置「12、15、18 歲數學科能力指標」

時間自 2005 年 12 月至 2006 年 4 月，經過多次專案小組會議，並在 2006 年 2 月 15、16、17 日分別在北、中、南召開公聽會；完成「12、15、18 歲數學科能力指標」。相關報告與公聽會紀錄置於 <http://140.116.223.225/98course/>

(三)進行跨學科的檢視

2006 年 8 月、9 月參與普通高級中學課程各科暫行綱要跨學科（領域）整合研討會，釐出數學與其他學科之關聯，並整理各學科學習上需要數學的課題與需求該課題知識的時間。相關資料置於 <http://140.116.223.225/98course/>

(四)數學學科中心完成網站建置

提供平臺進行意見蒐集與雙向溝通，其中 95 暫綱回饋意見亦置於網頁 <http://140.116.223.225/98course/>

二、修訂階段

普通高級中學數學科課程綱要修訂大事紀要

(一)專案小組會議

	日期	地點	邀請對象	主要工作
專案小組會議	2006 年：4/8、4/22、5/6、5/20、5/27、6/17、8/1、8/10、8/15、11/11、11/19、	臺大數學系新數館 308	專案小組成員	修訂數學科綱要

	日期	地點	邀請對象	主要工作
	12/2、12/17 2007 年：4/7、4/15、4/21、5/12、6/24、6/30			

(二)焦點座談與公聽會

場次	類別	日期	地點	邀請對象	主要工作
北區	焦點座談	2007.5.5(六)上午	建國高中	專家學者、教科書編者、審查召集人與資深審查委員	徵詢教科書編者與審查委員意見
北區	焦點座談與課綱代表聯席會	2007.5.12(六)上午	臺大數學系新數館 308	教師會、家長團體、學生代表、課綱代表聯席會	與教師會、家長團體、學生代表進行雙向溝通，並徵詢意見
北區	焦點座談	2007.5.19(六)上午	建國高中	學科中心、輔導團、大考中心副主任、95 暫綱代表、95 暫綱審查人	與大考中心研議課綱與大考相關問題，並徵詢學科中心、輔導團教師之意見
北區	公聽會	2007.5.19(六)下午	建國高中	基層教師與社會大眾	徵詢北區基層教師與社會大眾意見
中區	焦點座談	2007.6.2(六)上午	臺中一中	專家學者、教科書編者	徵詢中區專家學者、教科書編者之意見

場次	類別	日期	地點	邀請對象	主要工作
中區	公聽會	2007.6.2 (六) 下午	臺中一中	基層教師與社會大眾	徵詢中區基層教師與社會大眾意見
南區	焦點座談	2007.6.9 (六) 上午	高雄高中	專家學者、教科書編者	徵詢南區專家學者、教科書編者之意見

場次	類別	日期	地點	邀請對象	主要工作
南區	公聽會	2007.6.9 (六) 下午	高雄高中	基層教師與社會大眾	徵詢南區基層教師與社會大眾意見

