

## 提昇數學素養，因應未來挑戰

引言人:陳宜良

12/5/2013

兩個月前主辦單位邀請我擔任這個議題的引言人時，我當時沒仔細想便答應了，後來才發現這真是個大哉問的議題，確實是一個值得深思的課題。要談提昇數學素養，我得要先釐清對象，由於在座的都是國內數學系的系主任，所以我將對象訂在一般大學生。而要談因應未來挑戰，恐怕我得先對未來的世界有個想像，或至少知道個趨勢，才能談有什麼挑戰，以及我們應培養學生相關的數學素養。針對未來趨勢，坊間有許多書和雜誌多所論述，而不同領域也有不一樣的看法，所以我不敢妄言，但是我倒可以分享一些我個人關於這方面的經驗。

1979 年的暑假，我恰好有一機會到 IBM 的 Watson Research Center 當 summer student。當時 Watson Research Center 有幾千個研究人員，數學部門的負責人名叫 Williard Miranker，他是 Courant Institute 在 1956 年畢業的學長，也是我的 Mentor。我二個禮拜把他給我的問題做完了，也寫了我生平的第一篇文章。之後 Miranker 便帶我四處參觀，介紹各部門的研究，Watson Research Center 的空間設計，部門之間沒有隔閡，全部都連通，吃飯、喝下午茶也都在一起，所以 Miranker 和很多部門的人都熟識，知道很多部門的前緣研究，包括語音部門，programming language，還有一些物理實驗的部門等等。但是讓我最詫異的是一個探討未來學的部門。Miranker 告訴我說這些人常與科學家與工程師互動，探討未來科技或社會的走向，或者是想像一種新的發明，並激盪出可行的方案。這三十年來許多知名的科技發展也都出自 IBM Watson Research Center，例如 [DES](#) (Data Encryption Standard) 加密演算、[FORTRAN](#) (Formula Translation System)、Mandelbrot 的 Fractal、[硬碟](#)、用單一個 [電晶體](#) 即可記憶一個 bit 的動態 RAM ([DRAM](#))、精簡指令集電腦 ([RISC](#)) 架構、以及 [關聯式資料庫](#) 等。IBM Watson Research Center 在物理科學上也有所貢獻，包括 [掃描隧道顯微鏡](#) (簡稱：STM) 以及高溫超導等，此兩項成就都獲得了 [諾貝爾獎](#) (以上節錄自 Wiki)。這是創造未來的一個思想園地，進行前緣研究的專家們在開放的環境下，彼此自然認識，並且有機會相互激盪產生新的想法，或經由與不同領域專家們的朝暮相處，而蘊釀出新的想法以及成熟的思想，並引領時代的前進。

第二個例子是我兒子和 I 分享的。他在 2012 年 9 月參加 Caltech 新生訓練，聽了火星 Curiosity Rover 計畫主持人 Adam Steltzner 的演講 <http://www.youtube.com/watch?v=l9P9JNwwiMY>，他說在他小時候(1969 年)看到人類登陸月球，非常興奮，也非常好奇，夢想將來也能到火星探索奧秘。40 年後，他主持火星 Curiosity Rover 的計畫，這是一個追求真理的好奇之旅，而

這個 Rover 有一輛小汽車那麼大，要零失誤地在 7 分鐘內自大氣層外登陸火星地表，這是一項非常不容易的任務，他說明許多可能的困難及他們團隊的解決之策。而就在他演講的一刻，同步放映了 Curiosity Rover 自火星地表傳來的影像，映在三層樓高的大銀幕上，學生仿如身歷火星，既震撼又感動。這是一場主題為好奇、夢想、挑戰未來的大型表演，無疑的它是一場振奮新生的成功表演。在這裡，我要提出我的一個小小的觀察。我發現西方，特別是美國，有許多科幻片或災難片。而大陸則有許多宮廷鬥爭片，港片則是古裝與現代片，台灣則較為現代片。東西文化在面對過去與未來的思維有明顯的差異，西方文化對未知事務的好奇，對未來的夢想，對求新求變的渴望，對奇發異想的包容甚至賞識，對團隊合作的重視，對科技發展的高視野，這些都是推動創新的文化元素。而東方文化較為現世，同時也有太多過去的包袱，在思維上較少向未來看，或幻想未來的世界。

我透過這兩個例子反省自己，在教育的場域裡，我是否設計一些活動引發學生的好奇心呢？我是否了解學生對未來的夢想？我是否激發學生編織未來的夢？我教的數學在他們的世代裡會是如何定位？

我再說第三個例子，這是關於數學對人類社會的影響。快速富氏轉換(FFT)是 1965 年由 James Cooley 與 John Tukey 所提出，這個方法被譽為“The most important numerical algorithms of our lifetime (G. Strang, American Scientists 1994). 是訊號處理的關鍵步驟。Tukey 畢業於 Brown University (B.A. 1936, M.Sc.1937 Chemistry)與 Princeton University (Ph.D Mathematics). 他主要在 Bell Lab 做研究，並在 Princeton University 任教。他有一個中國學生叫鍾開萊，是很有名的機率學家。Tukey 後來獲選為美國科學院院士。Cooley 是 Columbia University (1961 Applied Mathematics)博士。他在 1956-1962 在 Courant Institute 做 Quantum Mechanical Computations. 他後來加入 IBM 的 Watson Research Center 工作。當時他們要做 FFT 的動機是要設計一套偵測網路，快速偵測蘇聯的核子試爆。據說當年他們的文章在數學界並未受到重視，後來才在 Mathematics of Computation 上發表，但 FFT 在科學與工程界影響非常大。下面三個故事是關於軟體開發的故事。Cleve Moler (BA 1961 Caltech, Ph.D Stanford, Mathematics) 是數值分析專家。他自 1970 年代末期起與他的兩名學生 Jack Dongarra 與 Charles Van Loan 發展數值線性代數的軟體: LINPACK 與 EISPACK，後來發展成 Matlab 套裝軟體，在科學、工程及經濟領域中普遍使用，現有上百萬的使用人。Maple 是由加拿大的 University of Waterloo 的 Faculty of Mathematics 在 1980 年代初期所開發，主要是進行符號運算，這也是一個由數學家發展，而有廣大影響的軟體。Stephen Wolfram (1959-)是英國的理論物理學家，他發展了 Mathematica 軟體，以及 Wolfram Alpha answer engine，前者也

是做符號運算的軟體，後者則可線上協助問題的分析與證明，這些也是與數學相關，並有廣大影響的軟體。這些人都有前瞻的看法，執行的能力，也改變了世界。最後再講一個例子，我在 1996-1997 年在 UC Berkeley 訪問，當時聽說有兩名 Stanford 大學 Computer Science 的 Ph.D 學生做了一個威力強大的搜尋引擎，會改變未來世界，這就是後來在 1998 年成立的 google。這兩名學生是 Larry Page 和 Sergey Brin，這個搜尋引擎是他們的一個研究作品。他們根據每一網頁被指向的次數訂出該網頁的積分，再將搜尋過程描述為一數學上的隨機過程，最後搜尋的問題化為求矩陣的最大特徵值問題。這個例子告訴我們，簡單的數學也可以有偉大的應用，並且改變了世界，而且不需要大型的團隊，一二人即可做出影響深遠的成果。未來網路世界裡有各種各樣的資訊，如何開採，如何整理、分析，乃至產生出新的有價值的知識與資訊，這裡有許許多多的機會，而數學將會扮演關鍵角色。

再來，我回到提昇數學素養這個議題。數學知識浩瀚，隨著時代的前進，一直有新的數學出來。不同的時代，各有不同的關切的課題。而傳統的數學的學習，在新的問題的衝擊下，也常有新的看法與新的面貌。比如說，微積分的學習，從過去注重極限的嚴謹觀念，而現在重視理解與應用，並要學會使用數學軟體。微分方程的學習增加了數學建模的課題，並增加許多實作的 projects。數據分析成了重要的題題。統計與微積分、AP Computer Science 同列為 AP 的數學與 Computer Science 的基礎課程。線性代數增加了計算與應用的內容，而離散數學也因其與 Computer Science 的緊密關連而益顯重要，數值計算成了應用的關鍵工具。而所有這些國外的改變，以及其他領域發展所帶來的衝擊，都提醒我們應時時檢討我們的數學教學內容是否合宜，我們的學生能否適應未來的改變與挑戰。當然，更進一步的是我們老師也應多瞭解別的學門的發展趨勢。

結語：要提昇整個社會的數學素養，誘發學生學習動機非常的重要。我們也要讓學生看到一些數學應用的範例，增強他們的學習信心，並能活用其所學。能活用數學的人，自然能在未來變化的世界中開創出無窮的機會。