

## 加州理工學院數學系與計算+數學科學系課程介紹

陳宜良 2015.2.20

1. 加州理工學院(Caltech) 是一所精緻的理工大學。根據 US News 的分析報導，其數學系全球排名第七，計算與數學科學系全球排名第四。其網址分別為：

Department of Mathematics <http://www.math.caltech.edu/>,

Department of Computing+Mathematical Sciences <http://www.cms.caltech.edu/>.其課程設計有值得參考之處。

2. Caltech 是學季制，一年有三學季，每季有 10 週，考試周為第 10 周。

學校課程目錄 <http://catalog.caltech.edu>

在目錄中，課號格式如 Ma 1 abc Calculus of One and Several Variables and Linear Algebra. 9 units (4-0-5)。Ma 表示數學，1 為個位數，表示其為低階課程，如課號 Ma108 為三位數，表示高階課程。abc 表示這門課有 a,b,c 三個 terms。(4-0-5)表示每周上課 4 小時，沒有相對應的實驗課，課後學習應花 5 小時，共 9 units。這裡的學分計算和我們的不同，9 units 和我們 3 學分相當。大部分數學課程為 9 units (3-0-6)，在課外需花的時間為課堂上的兩倍。

3. 同於美國一般大學，Caltech 的大一、大二是分系的。所有學生都要學習核心課程

[http://catalog.caltech.edu/pdf/catalog\\_13\\_14\\_part3.pdf](http://catalog.caltech.edu/pdf/catalog_13_14_part3.pdf) (pp. 60)

<http://admissions.caltech.edu/learning/2013Core>

包括:

Ma1abc	<i>Calculus of One and Several Variables and Linear Algebra.</i>	3 terms 27 units	Apostol's Calculus with $\epsilon$ - $\delta$
Ph1 abc	<i>Classical Mechanics and Electromagnetism</i>	3 terms 27 units	
Ch 1 ab	<i>General Chemistry</i>	2 terms, 15 units	
Bi 1, or Bi 1x or Bi 8	<i>Principles of Biology</i> <i>The Great Ideas of Biology: An Intro through Experimentation</i> <i>Intro to Molecular Biology</i>	1 term, 9 units	
	<i>Menu courses</i>	1 term, 9 units	menu courses include astronomy, geology, energy science, environmental science and engineering, or information science

	<i>Introductory Lab Courses</i>	2 terms, 12 units	freshman chem lab, plus one other lab chosen from offerings in applied physics, biology, chemistry, engineering, or physics.
	Scientific Writing	1 term 3 units	students research, write, and revise a 3,000-word paper on a science or engineering topic, which is then published in an online journal established for that purpose. Students work with a faculty mentor on the content of the paper and receive editorial guidance from science writing instructors.
	<i>Humanities and Social Sciences</i>	12 terms 108 units	two terms of Freshman Humanities, two terms of introductory social-science, two terms of advanced humanities, two terms of advanced social-science. The remaining four courses may be chosen from any of the humanities or social-science offerings. Three writing intensive courses must be taken on grades.
	<i>Physical Education</i>	3 terms 9 units	

由這裡可看出 Caltech 要求全體學生數學底子紮實(Apostol's Calculus level)，科學的理論面向(物理、化學、生物均要學)，應用面向(天文、地質等)，以及實驗面向(化學與物理)均要學習，同時也要學習科學寫作，這是一個數理兼備的學習設計。而人文社會課程要求 12 terms、108 units，佔畢業學分數 486 units 的 1/5-1/4。由此看出 Caltech 要求學生在探索科學知識中，不能偏廢人文。

5. 數學系總共需修 486 units。必修課及建議修課年級如下

<http://www.math.caltech.edu/general/bsmath.html>

二年級		
-----	--	--

Ma2ab	<i>Linear Algebra, Statistics, and Differential Equations (4-0-5)</i>	9 9 -
Ph2 ab	<i>Statistical Physics, Waves, and Quantum Mechanics (4-0-5)</i>	9 9 -
Ma5abc	<i>Introduction to Abstract Algebra (3-0-6)</i>	9 9 9
	<i>Humanities</i>	9 9 9
	<i>Electives</i>	9 9 27
三年級		
Ma 10	<i>Oral Presentation</i>	3
Ma108a bc	<i>Classical Analysis (3-0-6)</i>	9 9 9
Ma/CS6 ac	<i>Intro to Discrete Math (3-0-6)</i>	9 - 9
	<i>Humanities electives</i>	9 9 9
	<i>Electives</i>	18 27 18
四年級		
Ma109a bc	<i>Intro to Geometry and Topology (3-0-6)</i>	9 9 9
	<i>Humanities</i>	9 9 9
	<i>Electives</i>	27 27 27

在數學系的修業規畫中，有幾點值得注意。(1) 物理的必修有兩年。一年級為力學、電磁學，二年級學統計物理、波動與量子力學。(2) Ma 108 Classical Analysis 內容為分析的基礎，在三年級學，是在學生已有許多科學方面的學習，提供了充分的學習動機後，才進入嚴謹且抽象化的訓練。(3) Ma6 離散數學是必修，顯示他們並未只偏連續世界的數學。(4) 機率與統計都是大二的必修課，也可看出他們注意到確定與隨機理論學習的平衡。整體來看，我們認為這裡是一個紮實且平衡的課程設計。

#### 6. 計算與數學科學系: 畢業要求 486 units.

<http://catalog.caltech.edu/courses/listing/acm.html>

二年級		
Ma 2/3	<i>Sophomore Mathematics</i>	9 9 -
Ph 2 abc	<i>Sophomore Physics</i>	9 9 9
ACM 95 abc	<i>Intro. Methods of Applied Math. (4-0-8)</i>	12 12 12
ACM 11	<i>Intro. to Matlab and Mathematica</i>	- - 6
	<i>HSS Electives</i>	9 9 9

	<i>Electives</i>	- 9 12
三年級		
Ma 108 ab	<i>Classical Analysis</i>	9 9 9
ACM 104	<i>Linear Algebra and Applied Operator Theory</i>	9 0 0
ACM 106 abc	<i>Intro. Methods of Comput. Math</i>	9 9 9
	<i>HSS Electives</i>	9 9 9
	<i>Electives</i>	9 18 27
四年級		
	<i>HSS Electives</i>	9 9 9
	<i>Electives</i>	9 18 27

這個學習規劃有幾個特色。(1) 同數學系一樣，物理學兩年，是數理兼備的學習。(2) 二年級的數學 Ma2/3 是指原為 Ma2，自 2014 年起改為 Ma3。Ma2 為微分方程與統計，Ma3 為機率與統計，而微分方程部份則併入 ACM95 中。(3)AC95abc Intro. Methods in Applied Math 為 12x3 units 的重要課，提供複變、數學物理方程各種解法，以及偏微分方程基礎內容。這是全校大部份理工學生都要修的課。其後續課為 ACM101 Methods in Applied Math 為 9 x 3 units. 內容包括複變、常微、偏微方程的許多標準解法 (Series methods, Laplace transform, Fourier series, special functions)。(4)學生在三年級時要學習 Classical Analysis. 因此抽象的分析語言也必須熟悉。(5)線性代數分別在一、二年級上，而後續課程有三、四年級的 ACM104 Linear Algebra and Applied Operator Theory，以及結合分析析的 ACM105 Applied Real and Functional Analysis. 由這個設計可看出其應數中的線性理論(包括其代數與分析面向)的訓練很完整，尤其值得注意的是他們訓練的歷程是先科學，再具體方法，再抽象理論，循序漸進。(6) 計算工具的學習放在二年級，包括 Matlab 與 Mathematica。我認為時機是恰當的。放在一年級時，有可能妨害到微積分筆算的學習，而放在二年級則可配合其他物理以及應用數學方法的學習。另外，ACM106 Intro Methods in Comput. Math.(計算數學導論)學習較深的數值分析，置於高年級，也屬恰當。這個學習設計，首先是培養學生廣泛的科學智能，再學習分析方法與計算方法。也是一個紮實與平衡的設計。

附錄:

Ma 的課程網址為: <http://catalog.caltech.edu/courses/listing/ma.html>

ACM 的課程網址為: [http://www.cms.caltech.edu/academics/course\\_desc](http://www.cms.caltech.edu/academics/course_desc)

